Nom & Prénom : ……. www.dimension-k.com

Contrôle n°4

Exercice 1.

Soit f la fonction définie sur D_f par $f(x) = \frac{x^2+5x+2}{x-2}$

1) Dresser le tableau de variation de la fonction f.
2) Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de f passant par le point d'abscisse 4.

Exercice 2.

Un jeu de construction est constitué de cubes et de cylindres de couleur rouge, bleue ou verte. Il y a en tout 80 pièces, dont 25 cylindres. 15 % des pièces sont des cubes rouges. 20 % des cylindres sont bleus. Il y a trois fois plus de cubes bleus que de cylindres bleus, et deux fois plus de cubes verts que de cylindres verts.

1) A l'aide du tableau à double entrée ci-dessous, indiquer la répartition des 80 pièces.

	Cylindre	Cube	Total
Vert			
Bleu			
Rouge			
Total			80

2) On tire au hasard une pièce. Donner la probabilité des événements :
   A : « la pièce est rouge » B : « la pièce est un cube »
   C : « la pièce est cubique et verte » D : « la pièce est cubique ou verte »
   Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.

Exercice 3 (5 points)

On jette simultanément deux dés (à 6 faces, chaque face étant numérotée de 1 à 6). On suppose que ces deux dés sont bien équilibrés.

On note X le nombre de six obtenus.

1) Quelles sont les différentes valeurs possibles de X.
2) Calculer les probabilités suivantes :
   a. p(X = 0) (C'est-à-dire, la probabilité de n'obtenir aucun six)
   b. p(X = 2) (C'est-à-dire, la probabilité d'obtenir exactement deux six)
   c. p(X = 1) (C'est-à-dire, la probabilité d'obtenir exactement un six)
3) En moyenne, combien de six obtient-on ?

Exercice 4 (4 points)

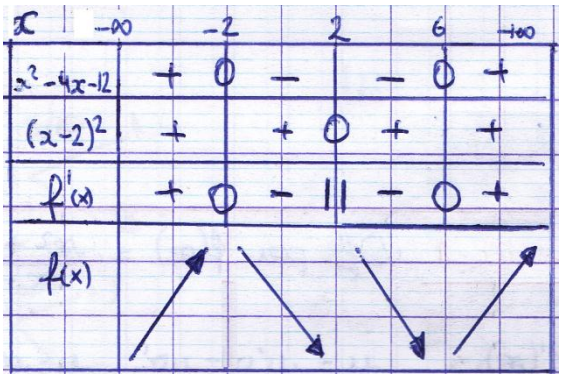
Une urne U1 contient trois boules noires et sept boules blanches. Une urne U2 contient cinq boules noires et cinq boules blanches. On choisit une urne au hasard (équiprobablement) et on tire successivement deux boules, avec remise, dans l'urne choisie.

1) Faire un arbre illustrant cette expérience aléatoire.
2) Calculer la probabilité des événements suivants :
   A = "Obtenir aucune boule blanche"
   D = "Obtenir au moins une boule blanche"
   C = "Obtenir deux boules de même couleur"

Nom & Prénom : …… www.dimension-k.com

Correction du Contrôle n°4

Exercice 1.



Soit f la fonction définie sur D_f par $f(x) = \frac{x^2+5x+2}{x-2}$

1) $f'(x) = \frac{(2x+5)(x-2)-(x^2+5x+2)}{(x-2)^2} = \frac{2x^2-4x+5x-10-x^2-5x-2}{(x-2)^2}$
$= \frac{x^2-4x-12}{(x-2)^2}$
$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-12) = 16 + 48 = 64$
$x_1 = \frac{4-\sqrt{64}}{2} = -2$ et $x_2 = \frac{4+\sqrt{64}}{2} = 6$
2) Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de f passant par le point d'abscisse 4.
La formule de l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a est : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$
Donc ici $y = f'(4)(x-4) + f(4) \Leftrightarrow y = -3(x-4) + 19 \Leftrightarrow y = -3x + 31$

Exercice 2.

Un jeu de construction est constitué de cubes et de cylindres de couleur rouge, bleue ou verte. Il y a en tout 80 pièces, dont 25 cylindres. 15 % des pièces sont des cubes rouges. 20 % des cylindres sont bleus. Il y a trois fois plus de cubes bleus que de cylindres bleus, et deux fois plus de cubes verts que de cylindres verts.

	Cylindre	Cube	Total
Vert	14	28	42
Bleu	5	15	20
Rouge	6	12	18
Total	25	55	80

1) A l'aide du tableau à double entrée ci-dessous, indiquer la répartition des 80 pièces.

2) On tire au hasard une pièce. Donner sous forme de fractions irréductibles la probabilité des événements :
A : « la pièce est rouge » B : « la pièce est un cube » C : « la pièce est cubique et verte »
D : « la pièce est cubique ou verte »
$P(A) = \frac{18}{80} = \frac{9}{40}$ $P(B) = \frac{55}{80} = \frac{11}{16}$ $P(C) = \frac{28}{80} = \frac{7}{20}$ $P(D) = \frac{69}{80}$

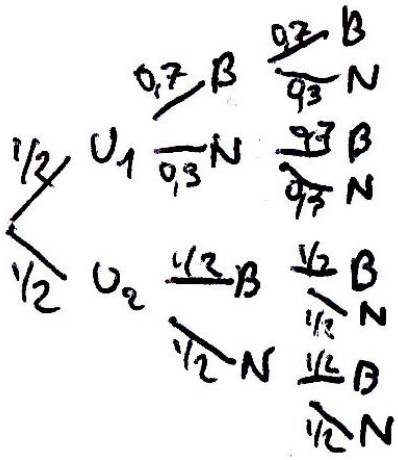
Exercice 3 (5 points)

On jette simultanément deux dés (à 6 faces, chaque face étant numérotée de 1 à 6). On suppose que ces deux dés sont bien équilibrés.
On note X le nombre de six obtenus.

1) Quelles sont les différentes valeurs possibles de X : 0, 1 et 2
2) Calculer les probabilités suivantes :
a. p(X = 0)=$\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$ b. p(X = 2)= $\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$ c. p(X = 1)= $2\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$
3) En moyenne, combien de six obtient-on ?$E(X) = 0 \times \frac{25}{36} + 1 \times \frac{10}{36} + 2 \times \frac{1}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

Exercice 4 (4 points)

Une urne U1 contient trois boules noires et sept boules blanches. Une urne U2 contient cinq boules noires et cinq boules blanches. On choisit une urne au hasard (équiprobablement) et on tire successivement deux boules, avec remise, dans l'urne choisie.



1) Faire un arbre illustrant cette expérience aléatoire.
2) Calculer la probabilité des événements suivants :
A = "Obtenir aucune boule blanche"
D = "Obtenir au moins une boule blanche"
C = "Obtenir deux boules de même couleur"

$P(A) = P(U_1, N, N) + P(U_2, N, N) = \frac{1}{2} \times 0{,}3^2 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0{,}17$
$P(D) = P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0{,}83$
$P(C) = P(\text{deux blanches"}) + \text{P("}deux\ noires\text{"})$
$= P(A) + \frac{1}{2} \times 0{,}7^2 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0{,}17 + 0{,}37 = 0{,}54$