Devoir maison n°2

Démonstration du théorème de Menelaüs :

théorème de Menelaüs
ABC est un triangle, A' est un point de (BC), B' un point de (CA), C' un point de (AB), les points A', B' et C' étant distincts de A, B et C.
On appelle p, q et r les nombres vérifiant : $\overrightarrow{A'B} = p\overrightarrow{A'C}$, $\overrightarrow{B'C} = q\overrightarrow{B'A}$ et $\overrightarrow{C'A} = r\overrightarrow{C'B}$.
Alors A', B' et C' sont alignés si et seulement si pqr = 1.

1) Montrer que $\overrightarrow{A'B} = \frac{p}{1-p}\overrightarrow{BC}$. (Conseil : commencez par exprimer $\overrightarrow{BC}$ en fonction de $\overrightarrow{A'B}$) Exprimer de même $\overrightarrow{B'A}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{C'A}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$

2) On se place maintenant dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. Donner les coordonnées des vecteurs
$\overrightarrow{B'C'}$ et $\overrightarrow{A'B'}$.

3) Conclure.