Interrogation Parité : Sujet A

Exercice 1
Prouver que « Le produit de deux nombres impairs est un nombre impair ».

Exercice 2
Prouver que la somme de deux entiers consécutifs est impaire.

Exercice 3
Soit a un nombre pair et b un nombre impair.

1) Après avoir fait quelques tests avec des valeurs choisies (qui doivent apparaitre sur votre copie) conjecturer la parité de $8a + 3b$
2) Prouver votre conjecture en utilisant la méthode habituelle ou en utilisant certaines des propriétés suivantes considérées comme admises.
    a. Le produit de deux pairs est un pair.
    b. Le produit de deux impairs est un impair.
    c. Le produit d'un nombre pair par un impair est un nombre pair.
    d. La somme (ou la différence) de deux nombres pairs ou de deux nombres impairs est un nombre pair.
    e. La somme (ou la différence) d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

Interrogation Parité : Sujet B

Exercice 1
Prouver que « La somme de deux nombres impairs est un nombre pair ».

Exercice 2
Prouver que le produit de deux entiers consécutifs est paire.

Exercice 3
Soit a un nombre pair et b un nombre impair.

1) Après avoir fait quelques tests avec des valeurs choisies (qui doivent apparaitre sur votre copie) conjecturer la parité de $3a + 8b$
2) Prouver votre conjecture en utilisant la méthode habituelle ou en utilisant certaines des propriétés suivantes considérées comme admises.
    a. Le produit de deux pairs est un pair.
    b. Le produit de deux impairs est un impair.
    c. Le produit d'un nombre pair par un impair est un nombre pair.
    d. La somme (ou la différence) de deux nombres pairs ou de deux nombres impairs est un nombre pair.
    e. La somme (ou la différence) d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

Correction Interrogation Parité : Sujet A

Exercice 1
Soit a et b deux nombres impairs. Ainsi il existe k_a et k_b deux entiers tels que $a = 2k_a + 1$ et $b = 2k_b + 1$.
$ab = (2k_a + 1)(2k_b + 1) = 2k_a 2k_b + 2k_a + 2k_b + 1$
$= 2(k_a 2k_b + k_a + k_b) + 1 = 2k' + 1$ avec $k' = k_a 2k_b + k_a + k_b$ un entier donc le produit $a \times b$ est impair.

Exercice 2
Soit n et $n+1$ deux nombres entiers consécutifs.
La somme de ces deux nombres est $n + (n+1) = 2n + 1$ avec n un entier et donc cette somme est impaire.

Exercice 3
Soit a un nombre pair et b un nombre impair.

1) $8 \times 4 + 3 \times 7 = 32 + 21 = 53$ $8 \times 10 + 3 \times 1 = 80 + 3 = 83$
ainsi $8a + 3b$ semble être impair.
2) **Méthode 1 :**
8 et a sont deux nombres pairs donc $8a$ est pair (propriété a.)
3 et b sont deux nombres impairs donc $3b$ est impair (propriété b.)
$8a$ est pair et $3b$ est impair donc $8a + 3b$ est impair (propriété e.)
Méthode 2 :
a un nombre pair et b un nombre impair donc il existe k_a et k_b deux entiers tels que $a = 2k_a$ et $b = 2k_b + 1$ donc
$8a + 3b = 8(2k_a) + 3(2k_b + 1) = 8 \times 2k_a + 3 \times 2k_b + 3$
$= 2(8k_a) + 2(3k_b) + 2 \times 1 + 1 = 2(8k_a + 3k_b + 1) + 1$
$= 2k' + 1$ avec $k' = 8k_a + 3k_b + 1$ un entier donc $8a + 3b$ est impair.

a. Le produit de deux pairs est un pair.
b. Le produit de deux impairs est un impair.
c. Le produit d'un nombre pair par un impair est un nombre pair.
d. La somme (ou la différence) de deux nombres pairs ou de deux nombres impairs est un nombre pair.
e. La somme (ou la différence) d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

Correction Interrogation Parité : Sujet B

Exercice 1
Soit a et b deux nombres impairs. Ainsi il existe k_a et k_b deux entiers tels que $a = 2k_a + 1$ et $b = 2k_b + 1$.
$a + b = (2k_a + 1) + (2k_b + 1) = 2k_a + 2k_b + 2$
$= 2(k_a + k_b + 1) = 2k'$ avec $k' = k_a + k_b + 1$ un entier
Ainsi la somme $a + b$ est paire.

Exercice 2
Soit n et $n+1$ deux nombres entiers consécutifs.
Le produit de ces deux nombres est $n(n+1)$.
Si n est pair alors il existe un entier k tel que $n = 2k$ et donc :
$n(n+1) = 2k(2k+1) = 2 \times k(2k+1) = 2q$ avec $q = k(2k+1)$ un entier
Si n est impair alors il existe un entier k tel que $n = 2k+1$ et donc :
$n(n+1) = (2k+1)(2k+2) = 2 \times (2k+1)(k+1) = 2q$ avec $q = (2k+1)(k+1)$ un entier
Dans les deux cas on a affaire à un résultat paire.

Exercice 3
Soit a un nombre pair et b un nombre impair.

1) $3 \times 4 + 8 \times 7 = 12 + 56 = 68$ $3 \times 10 + 8 \times 1 = 30 + 8 = 38$
ainsi $3a + 8b$ semble être pair.
2) **Méthode 1 :**

3 et a sont un nombre impair et un pair donc $3a$ est pair (propriété c.)
8 et b sont un nombre pair et un impair donc $8b$ est pair (propriété c.)
$3a$ est pair et $8b$ est pair donc $3a + 8b$ est pair (propriété d.)

Méthode 2 :

a un nombre pair et b un nombre impair donc il existe k_a et k_b deux entiers tels que $a = 2k_a$ et $b = 2k_b + 1$ donc
$3a + 8b = 3(2k_a) + 8(2k_b + 1) = 3 \times 2k_a + 8 \times 2k_b + 8$
$= 2(3k_a) + 2(8) + 2 \times 4 = 2(3k_a + 8k_b + 4)$
$= 2k'$ avec $k' = 3k_a + 8k_b + 4$ un entier donc $3a + 8b$ est pair.