

Fiche d'exercices vecteurs

Exercice 1. Dans le plan, on considère six points A, B, C, D, E et F tels que ABCD et DEFC sont des parallélogrammes.

1. Faire une figure.

2. Montrer que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.

Que peut-on en déduire concernant le quadrilatère ABFE?

3. Que peut-on dire des vecteurs \overrightarrow{AE} et \overrightarrow{BF} ?

Exercice 2. Soit A et B deux points du plan tels que la longueur AB mesure 5 cm.

Faire une figure et placer les points C, D, E et F tels que :

$$\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BA} \quad \overrightarrow{AE} = -0,6\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{AF} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB}$$

Exercice 3. Soit A, B, C et D quatre points du plan tels que $3\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.

1. Démontrer que $3\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

2. En déduire que B, C et D sont alignés.

Exercice 4. Soit ABC un triangle du plan. On définit les points D et E par :

$$\overrightarrow{CD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CA} \text{ et } \overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}.$$

1. Sur une figure, tracer ABC de façon quelconque puis construire D et E. (On pourra s'aider du quadrillage.)

2. Démontrer que $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$.

3. En déduire que ABED est un parallélogramme.

Exercice 5. Soit ABC un triangle. On considère les points D et E tels que

$$\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}.$$

1. Sur une figure, tracer ABC de façon quelconque puis construire D et E. (On pourra s'aider du quadrillage.)

2. Montrer que $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$.

3. En déduire, en utilisant la relation de Chasles, que $\overrightarrow{ED} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$.

4. Que peut-on en déduire concernant les points C, D et E?

Exercice 6. Soit A, B et C trois points du plan. On considère le point D tel que :

$$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

1. Faire une figure.

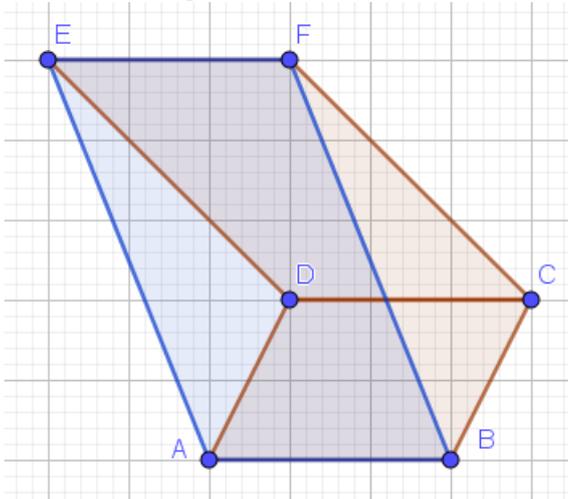
2. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires.

3. Que peut-on en déduire concernant les droites (AB) et (CD) ?

Correction fiche vecteurs

Exercice 1. Dans le plan, on considère six points A, B, C, D, E et F tels que ABCD et DEFC sont des parallélogrammes.

1. Faire une figure.



2. Montrer que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.

ABCD et DEFC sont des parallélogrammes donc on en déduit que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{EF}$ et donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$
Que peut-on en déduire concernant le quadrilatère ABFE?

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$ donc ce quadrilatère est donc un parallélogramme.

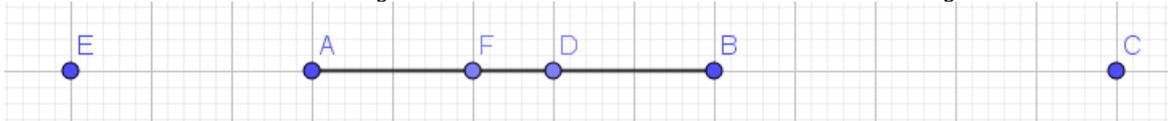
3. Que peut-on dire des vecteurs \overrightarrow{AE} et \overrightarrow{BF} ?

ABFE est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BF}$

Exercice 2. Soit A et B deux points du plan tels que la longueur AB mesure 5 cm.

Faire une figure et placer les points C, D, E et F tels que

$$\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BA} \quad \overrightarrow{AE} = -0,6\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{AB} = \frac{5}{3}\overrightarrow{FB}$$



On a $\overrightarrow{AB} = \frac{5}{3}\overrightarrow{FB}$, avec cette égalité on vous propose un vecteur connu en fonction d'un vecteur inconnu, il vaut mieux inverser les rôles (en multipliant à gauche et droite par $\frac{3}{5}$) : $\frac{3}{5}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FB}$

Ici le point F est le point de départ, on est plus à l'aise en partant d'un point connu, donc en multipliant par -1 de chaque côté on obtient : $-\frac{3}{5}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BF}$.

Exercice 3. Soit A, B, C et D quatre points du plan tels que $3\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.

1. Démontrer que $3\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

2. En déduire que B, C et D sont alignés.

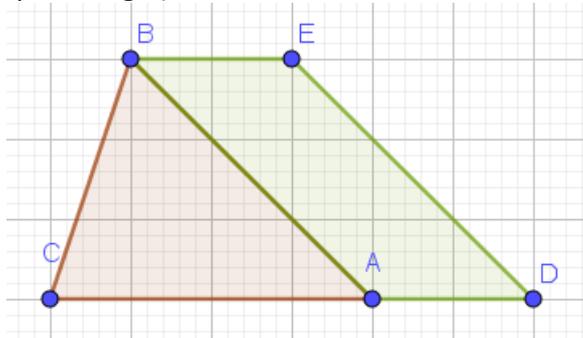
$$\begin{aligned} 1. \quad 3\overrightarrow{BD} &= 3(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) \\ &= 3\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AD} \\ &= 3\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} \\ &= 1\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AC} \\ &= \vec{0} + 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = 2\overrightarrow{BC} \end{aligned}$$

2. $3\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ les deux vecteurs sont donc colinéaires, c'est-à-dire de même direction, et donc les droites (BD) et (BC) sont parallèles, or elles passent toutes deux par le point B, elles sont donc confondues.

Exercice 4. Soit ABC un triangle du plan. On définit les points D et E par :

$$\overrightarrow{CD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CA} \text{ et } \overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}.$$

1. Sur une figure, tracer ABC de façon quelconque puis construire D et E. (On pourra s'aider du quadrillage.)



2. Démontrer que $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$.

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$$

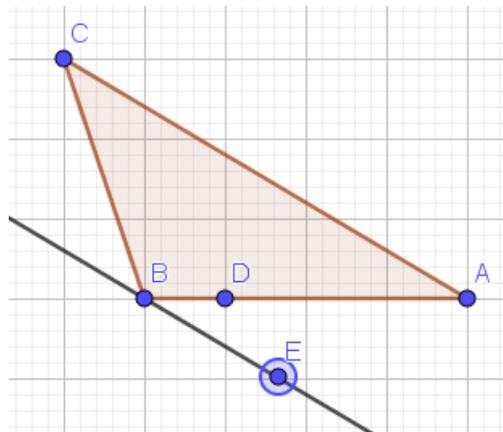
3. En déduire que ABED est un parallélogramme.

On a $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ et donc $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AD}$ donc ABED est un parallélogramme

Exercice 5. Soit ABC un triangle. On considère les points D et E tels que

$$\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}.$$

1. Sur une figure, tracer ABC de façon quelconque puis construire D et E. (On pourra s'aider du quadrillage.)



2. Montrer que $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$.

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$ on veut du $\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$ donc il faut travailler \overrightarrow{BA} or $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ donc en divisant de chaque côté par $\frac{3}{4}$ ce qui revient à multiplier de chaque côté par $\frac{4}{3}$) on obtient $\frac{4}{3}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}$ ou encore $\frac{4}{3}\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA}$.

$$\text{Ainsi } \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \frac{4}{3}\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA}.$$

3. En déduire, en utilisant la relation de Chasles, que $\overrightarrow{ED} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$.

$$\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{DA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$$

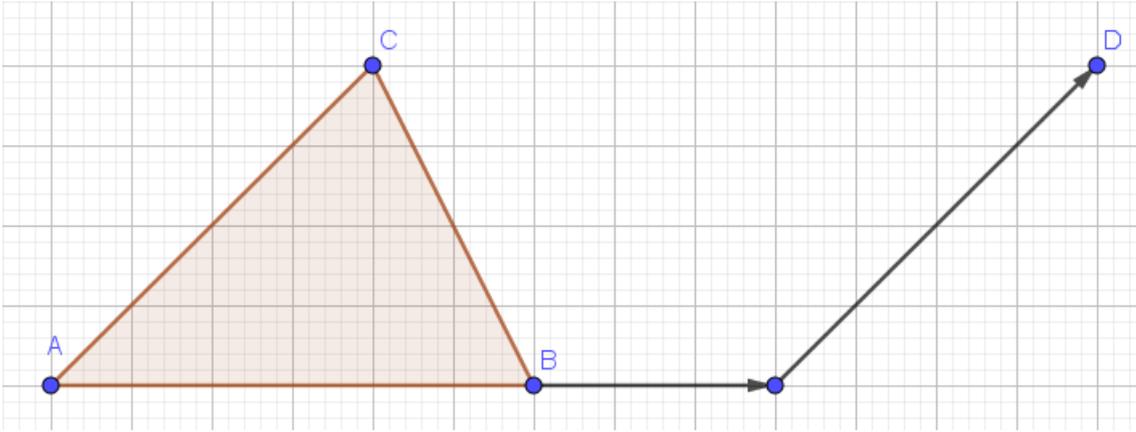
4. Que peut-on en déduire concernant les points C, D et E?

On peut en déduire que les droites (ED) et (DC) sont parallèles et comme elles ont un point commun D, elles sont confondues, et donc les points C, D et E sont alignés.

Exercice 6. Soit A, B et C trois points du plan. On considère le point D tel que :

$$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

1. Faire une figure.



2. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires.

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

3. Que peut-on en déduire concernant les droites (AB) et (CD) ?

Ces droites sont donc de même direction, c'est-à-dire parallèles.