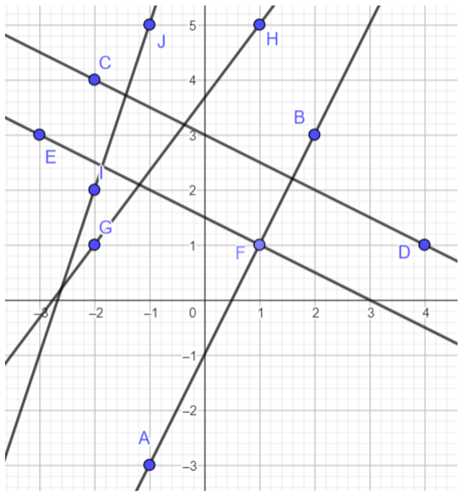


Exercice 1

Pour chacune des fonctions suivantes indiquez la droite correspondante :

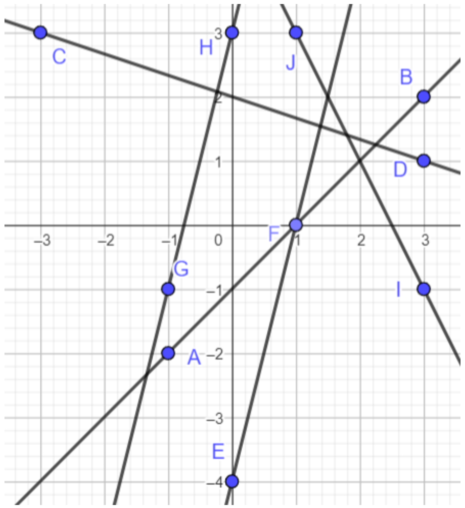
$f(x) = \frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$ …

$g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ …

$h(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ …

$i(x) = 2x - 1$ …

$j(x) = 3x + 8$ …



Exercice 2

Déterminer les équations des fonctions suivantes :

$k(x) =$……………………………………… (AB)

$l(x) =$……………………………………… (CD)

$m(x) =$……………………………………… (EF)

$n(x) =$……………………………………… (GH)

$o(x) =$……………………………………… (IJ)

Exercice 3 (cours)

sans utiliser la propriété des fonctions affines

1) Prouver que $f(x) = -3x + 4$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$
2) Prouver que $g(x) = mx + p$ croit strictement sur $\mathbb{R}$ quand $m > 0$
3) Prouver que $h(x) = x^2$ est décroissante sur $]-\infty; 0]$

Exercice 4

Déterminer les équations des fonctions suivantes :

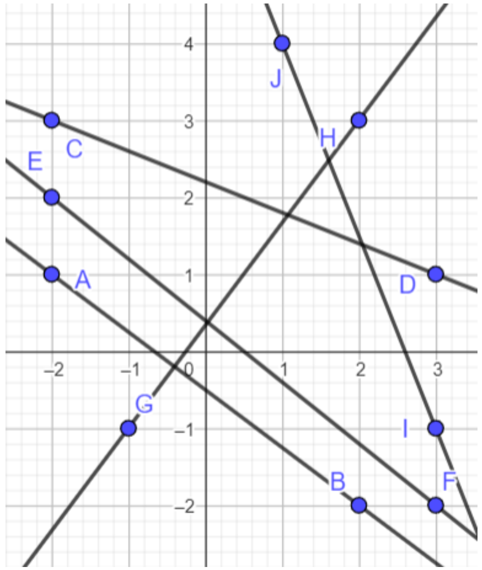
$u(x) =$……………………………………… (AB)

$q(x) =$……………………………………… (CD)

$r(x) =$……………………………………… (EF)

$s(x) =$……………………………………… (GH)

$t(x) =$……………………………………… (IJ)



Exercice 5

Exercice à rédiger soigneusement

Sans calcul ni calculatrice comparer les nombres suivants :

$\sqrt{5}$ et $\sqrt{2}$ $\quad (-9)^3$ et $(-2)^3$ $\quad (-6)^2$ et $(5)^2$

$\frac{1}{-4}$ et $\frac{1}{-7}$ $\quad (-4)^2$ et $(-9)^2$ $\quad \frac{1}{4}$ et $\frac{1}{-7}$

Exercice 6

Donner les variations des fonctions suivantes :

$f(x) = 5x^3 + 4$ sur $\mathbb{R}$ $\quad g(x) = -3\sqrt{x} + 2$ sur $[0; +\infty[$

$h(x) = 4x^2 - 9$ sur $]-\infty; 0]$ puis sur $[0; +\infty[$

$i(x) = \frac{-13}{x}$ sur $]-\infty; 0[$ puis sur $]0; +\infty[$

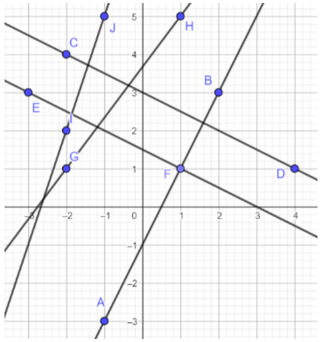
Point méthode : variations de fonctions construites à base de fonctions de référence. Variations de $m(x) = \frac{2}{x} + 5$ sur $]-\infty; 0[$

Soient a et b appartenant à $]-\infty; 0[$ et tels que $a < b$

D'après le cours $\frac{1}{x}$ décroissante sur $]-\infty; 0[$ donc change l'ordre ainsi comme $a < b$ on aura $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$ et donc par multiplication par un positif $\frac{2}{a} \geq \frac{2}{b}$ et donc par somme on a : $\frac{2}{a} + 5 \geq \frac{2}{b} + 5$ donc $m(a) \geq m(b)$.

m change l'ordre donc elle est décroissante sur $]-\infty; 0[$.

Correction



Exercice 1

Les fonctions sont de la forme : $f(x) = mx + p$.

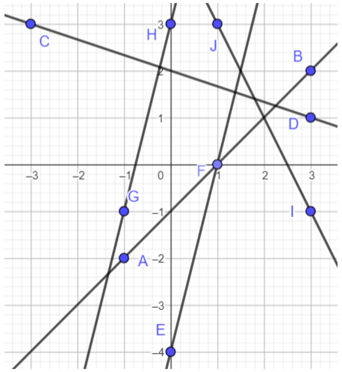
Pour trouver m je regarde de combien je monte quand j'avance d'une unité

Pour trouver p je regarde où la droite tape l'axe des ordonnées.

$f(x) = \frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$ (GH) $\qquad g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ (CD)

$h(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ (EF) $\qquad i(x) = 2x - 1$ (AB)

$j(x) = 3x + 8$ (IJ)



Exercice 2

Les fonctions sont de la forme :

$f(x) = mx + p$.

Pour trouver m j'utilise $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Par exemple pour l, $m = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{1-3}{3-(-3)} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$

$k(x) = x - 1$ (AB)

$l(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ (CD)

$m(x) = 4x - 4$ (EF)

$n(x) = 4x + 3$ (GH)

$o(x) = -2x + 5$ (IJ)

Exercice 3 (cours)

1) Prouver que $f(x) = -3x + 4$

Soient a et b deux réels tels que $a < b$,

$a < b \Leftrightarrow -3a > -3b \Leftrightarrow -3a + 4 > -3b + 4 \Leftrightarrow f(a) > f(b)$

f change l'ordre (qui reste strict) donc elle est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

2) Prouver que $g(x) = mx + p$ est croissante quand $m > 0$

Soient a et b deux réels tels que $a < b$, $a < b \Leftrightarrow ma < mb$ car $m > 0$

$ma < mb \Leftrightarrow ma + p < mb + p \Leftrightarrow g(a) < g(b)$

g conserve l'ordre (qui reste strict) donc elle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

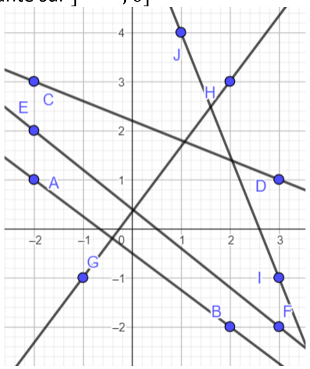
3) Prouver que $h(x) = x^2$ est décroissante sur $]-\infty; 0]$

Soient a et b deux éléments de $]-\infty; 0]$ tels que $a < b$ donc on aura

$aa \geq ba$ et $ab \geq bb$ on a multiplié l'inégalité initiale par un nombre négatif (ça change l'ordre, ou nul (on passe à une inégalité large).

Ainsi $a^2 \geq ab \geq b^2$ donc $h(a) \geq h(b)$ l'ordre est changé donc h est décroissante sur $]-\infty; 0]$

Exercice 4



Pour (AB) : $u(x) = mx + p$ avec :

$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-1}{2-(-2)} = -\frac{3}{4}$

p n'est pas directement lisible donc on utilise (AB) passe par $B(2; -2)$

Ainsi $u(2) = -2 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}2 + p = -2$

$\Leftrightarrow p = -2 + \frac{6}{4} \Leftrightarrow p = -\frac{1}{2}$ ainsi : $u(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ (AB)

$q(x) = -\frac{2}{5}x + \frac{11}{5}$ (CD) $\qquad r(x) = -\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}$ (EF)

$s(x) = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$ (GH) $\qquad t(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{13}{2}$ (IJ)

Exercice 5

$\sqrt{5}$ et $\sqrt{2}$ 5 et 2 sont sur $\mathbb{R}$ intervalle sur lequel $\sqrt{x}$ est croissante (conserve l'ordre) donc comme $5 > 2$ alors on aura $\sqrt{5} \geq \sqrt{2}$

$(-9)^3$ et $(-2)^3$ -9 et -2 sont sur $\mathbb{R}$ intervalle sur lequel x^3 est croissante (conserve l'ordre) donc comme $-9 < -2$ alors on aura $(-9)^3 \leq (-2)^3$

$(-6)^2$ et $(5)^2$, -6 et 5 ne sont pas sur un intervalle sur lequel la fonction carré est monotone donc on ne peut conclure. Ceci dit $(-6)^2 = 6^2$ la conclusion est alors facile à obtenir.

$\frac{1}{-4}$ et $\frac{1}{-7}$ $\qquad -4$ et -7 sont sur $]-\infty; 0[$ intervalle sur lequel $\frac{1}{x}$ est décroissante (change l'ordre) donc comme $-4 > -7$ alors on aura $\frac{1}{-4} \leq \frac{1}{-7}$

$(-4)^2$ et $(-9)^2$ $\qquad -4$ et -9 sont sur $]-\infty; 0]$ intervalle sur lequel x^2 est décroissante (change l'ordre) donc comme $-4 > -9$ alors on aura $(-4)^2 \leq (-9)^2$

$\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{-7}$, 4 et -7 ne sont pas sur un intervalle sur lequel la fonction inverse est monotone donc on ne peut conclure. Ceci dit $\frac{1}{4} > 0$ et $\frac{1}{-7} < 0$ donc $\frac{1}{4} > \frac{1}{-7}$.

Exercice 6

$f(x) = 5x^3 + 4$ sur $\mathbb{R}$ $\qquad$ Soient a et b appartenant à $\mathbb{R}$ et tels que $a < b$

D'après le cours x^3 croissante sur $\mathbb{R}$ donc conserve l'ordre ainsi comme $a < b$ on aura $a^3 \leq b^3$ et donc par multiplication par un positif $5a^3 \leq 5b^3$ et donc par somme on a : $5a^3 + 4 \leq 5b^3 + 4$ donc $f(a) \leq f(b)$. f conserve l'ordre donc elle est croissante sur $\mathbb{R}$

$g(x) = -3\sqrt{x} + 2$ sur $\mathbb{R}$ $\qquad$ Soient a et b appartenant à $[0; +\infty[$ et tels que $a < b$

D'après le cours la fonction racine est croissante sur $[0; +\infty[$ donc conserve l'ordre ainsi comme $a < b$ on aura $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$ et donc par multiplication par un négatif $-3\sqrt{a} \geq -3\sqrt{b}$ et donc par somme on a : $-3\sqrt{a} + 2 \geq -3\sqrt{b} + 2$ donc $g(a) \geq g(b)$. f change l'ordre donc elle est décroissante sur $[0; +\infty[$

$h(x) = 4x^2 - 9$ sur $]-\infty; 0]$ $\qquad$ Soient a et b appartenant à $]-\infty; 0]$ et tels que $a < b$ D'après le cours x^2 décroissante sur $]-\infty; 0]$ donc change l'ordre ainsi comme $a < b$ on aura $a^2 \geq b^2$ et donc par multiplication par un positif $4a^2 \geq 4b^2$ et donc par différence on a : $4a^2 - 9 \geq 4b^2 - 9$ et donc $h(a) \geq h(b)$. h change l'ordre donc elle est décroissante.

Raisonnement similaire pour $[0; +\infty[$on obtient h croissante sur cet intervalle.

$i(x) = \frac{-13}{x}$ sur $]-\infty; 0[$ $\qquad$ Soient a et b appartenant à $]-\infty; 0[$ et tels que $a < b$

D'après le cours $\frac{1}{x}$ décroissante sur $]-\infty; 0[$ donc change l'ordre ainsi comme $a < b$ on aura $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$ et donc par multiplication par un négatif $\frac{-13}{a} \leq \frac{-13}{b}$ et donc $i(a) \leq i(b)$. i conserve l'ordre donc elle est croissante.

Raisonnement similaire pour $]0; +\infty[$ on obtient i croissante sur cet intervalle.