

EXERCICE 1 : Compléter les pointillés :

a. $3^2 = 9$ donc $\sqrt{9} = 3$

b. $17^2 = 289$ donc $\sqrt{\dots} = \dots$

c. $4^2 = \dots$ donc $\sqrt{\dots} = 4$

d. $12^2 = 144$ donc $\sqrt{\dots} = \dots$

e. $6^2 = \dots$ donc $\sqrt{\dots} = \dots$

f. $\dots^2 = 16$ donc $\sqrt{\dots} = \dots$

g. $\dots^2 = \dots$ donc $\sqrt{25} = \dots$

h. $7^2 = \dots$ donc $\sqrt{\dots} = \dots$

i. $\dots^2 = 81$ donc $\sqrt{\dots} = \dots$

j. $\dots^2 = \dots$ donc $\sqrt{64} = \dots$

EXERCICE 2 : Calculer mentalement :

a. $\sqrt{4} = 2$

b. $\sqrt{100} =$

c. $\sqrt{900} =$

d. $\sqrt{0,01} =$

e. $\sqrt{(3,14)^2} =$

f. $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2} =$

g. $\sqrt{\frac{9}{25}} =$

h. $\sqrt{\frac{49}{36}} =$

i. $\sqrt{\frac{1}{81}} =$

j. $\sqrt{\frac{121}{100}} =$

EXERCICE 3 : Calculer mentalement :

a. $\sqrt{3\,600} =$

b. $\sqrt{0,04} =$

c. $\sqrt{1000000} =$

d. $\sqrt{10^6} =$

e. $\sqrt{10^{14}} =$

f. $\sqrt{10^{-4}} =$

g. $\sqrt{4 \times 10^8} =$

h. $\sqrt{25 \times 10^{-12}} =$

i. $\sqrt{(-7)^2} =$

j. $\sqrt{(-1)^2} =$

EXERCICE 4 : Réduire les expressions :

$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (3+5-7+2)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$5\sqrt{5} - 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + \sqrt{5} =$

$-4\sqrt{11} + 11\sqrt{11} + 13\sqrt{11} =$

$3\sqrt{7} - 3\sqrt{5} - 5\sqrt{7} + 7\sqrt{5} =$

$-8\sqrt{2} - 2\sqrt{11} + 3\sqrt{11} - 7\sqrt{2} =$

EXERCICE 5 : Calculer les produits :

$\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$ $= 3 \times 2 = 6$	$2\sqrt{7} \times 5\sqrt{7}$ $= 2 \times 5 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7}$ $= 10 \times 7 = 70$
$3\sqrt{5} \times 4\sqrt{5} =$	$-\sqrt{2} \times \sqrt{2} =$
$-3\sqrt{2} \times (-5\sqrt{2}) =$	$7\sqrt{3} \times (-2\sqrt{3}) =$
$5\sqrt{5} \times (-2\sqrt{5}) =$	$\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} =$

EXERCICE 6 : Calculer les carrés :

$\sqrt{5^2} = 5$	$(3\sqrt{2})^2 =$
$(-2\sqrt{3})^2 =$	$(2\sqrt{11})^2 =$
$(5\sqrt{2})^2 =$	$(6\sqrt{3})^2 =$
$(-2\sqrt{7})^2 =$	$(-9\sqrt{11})^2 =$

EXERCICE 7 : Écrire sous la forme « a + b√c » (a, b et c sont des entiers relatifs) :

$2(3 + \sqrt{5}) = 2 \times 3 + 2 \times \sqrt{5} = 6 + 2\sqrt{5}$
$3(6 - \sqrt{2}) =$
$5(3\sqrt{2} + 4) =$
$-3(5\sqrt{3} - 7) =$
$\sqrt{3}(4 + \sqrt{3}) =$
$3\sqrt{2}(4 + \sqrt{2}) =$
$2\sqrt{3}(5 - 2\sqrt{3}) =$
$-2\sqrt{5}(3\sqrt{5} + 2) =$
$5\sqrt{7}(-4 + 3\sqrt{7}) =$

RAPPEL (carrés des 16 premiers entiers)

$1^2 = 1 \quad 2^2 = 4 \quad 3^2 = 9 \quad 4^2 = 16$

$5^2 = 25 \quad 6^2 = 36 \quad 7^2 = 49 \quad 8^2 = 64$

$9^2 = 81 \quad 10^2 = 100 \quad 11^2 = 121 \quad 12^2 = 144$

$13^2 = 169 \quad 14^2 = 196 \quad 15^2 = 225 \quad 16^2 = 256$

EXERCICE 7B.1Écrire chaque nombre sous la forme « $a^2 \times b$ » :

a.	18	=	9×2	=	$3^2 \times 2$
b.	12	=	\times	=	\times
c.	24	=	\times	=	\times
d.	28	=	\times	=	\times
e.	45	=	\times	=	\times
f.	72	=	\times	=	\times
g.	150	=	\times	=	\times
h.	675	=	\times	=	\times
i.	288	=	\times	=	\times
j.	588	=	\times	=	\times

EXERCICE 7B.2a. Écrire sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a entier :

$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$	$\sqrt{50} =$
$\sqrt{98} =$	$\sqrt{162} =$

b. Écrire sous la forme $a\sqrt{3}$ avec a entier :

$\sqrt{12} =$	$\sqrt{27} =$
$\sqrt{300} =$	$\sqrt{192} =$

c. Écrire sous la forme $a\sqrt{5}$ avec a entier :

$\sqrt{20} =$	$\sqrt{45} =$
$\sqrt{80} =$	$\sqrt{245} =$

d. Écrire sous la forme $a\sqrt{6}$ avec a entier :

$\sqrt{96} =$	$\sqrt{150} =$
$\sqrt{216} =$	$\sqrt{384} =$

e. Écrire sous la forme $a\sqrt{13}$ avec a entier :

$\sqrt{637} =$	$\sqrt{468} =$
$\sqrt{1573} =$	$\sqrt{2925} =$

EXERCICE 7B.3Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b étant le plus petit possible :

a. $\sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = \sqrt{2^2 \times 10} = 2\sqrt{10}$
b. $\sqrt{99} =$
c. $\sqrt{54} =$
d. $\sqrt{63} =$
e. $\sqrt{32} =$
f. $\sqrt{288} =$
g. $\sqrt{675} =$
h. $\sqrt{72} =$
i. $\sqrt{845} =$
j. $\sqrt{847} =$

EXERCICE 7B.4Écrire sous la forme $\frac{a}{\sqrt{b}}$ avec a et b entiers :

$\sqrt{\frac{4}{3}} =$	$\sqrt{\frac{9}{7}} =$	$\sqrt{\frac{16}{5}} =$
------------------------	------------------------	-------------------------

EXERCICE 7B.5Écrire sous la forme $\frac{\sqrt{a}}{b}$ avec a et b entiers :

$\sqrt{\frac{2}{9}} =$	$\sqrt{\frac{5}{36}} =$	$\sqrt{\frac{13}{25}} =$
------------------------	-------------------------	--------------------------

EXERCICE 7B.6Écrire sous la forme $\frac{\sqrt{a}}{b}$ ou $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ avec a , b et c entiers :

$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\frac{4}{\sqrt{7}} =$
$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} =$	$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{11}} =$
$\sqrt{\frac{4}{5}} =$	$\sqrt{\frac{7}{2}} =$	$\sqrt{\frac{1}{3}} =$

Bilan sur les racines carrées

Exercice 7C.1 Simplifier les écritures suivantes

$$A = \sqrt{28} \times \sqrt{20} \times \sqrt{35}$$

$$B = \sqrt{15} \times \sqrt{35} \times \sqrt{33}$$

$$C = \frac{\sqrt{56}}{\sqrt{21}}$$

$$D = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{54}}$$

$$E = \sqrt{\frac{42}{25}} \times \sqrt{\frac{40}{28}}$$

$$F = \sqrt{\frac{14}{15}} \times \sqrt{\frac{45}{24}} \times \sqrt{\frac{20}{9}}$$

Exercice 7C.2 Simplifier les écritures suivantes

$$A = \sqrt{28} + \sqrt{63}$$

$$B = \sqrt{20} - \sqrt{45}$$

$$C = \sqrt{6} + \sqrt{24} + \sqrt{54}$$

$$D = 4\sqrt{6} + 3\sqrt{24} - 5\sqrt{54}$$

$$E = 3\sqrt{8} + 5\sqrt{72} - 4\sqrt{128}$$

$$F = 9\sqrt{20} - 5\sqrt{45} - 2\sqrt{180}$$

Exercice 7C.3 Simplifier les écritures suivantes

$$A = (3\sqrt{7} - 5)(2 - 4\sqrt{7})$$

$$B = \sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125}$$

Exercice 7C.4 Simplifier les écritures suivantes

$$A = \frac{5}{3 + \sqrt{2}}$$

$$B = \frac{5}{\sqrt{7} - 4}$$

$$C = \frac{3 + \sqrt{2}}{4 + \sqrt{8}}$$

$$D = \frac{8 + \sqrt{8}}{8}$$

Exercice 7C.5 : Voici une formule imaginaire : $R = 4\pi\sqrt{\frac{10}{P}}$

Quelle doit être la pression P sachant que la résistance R est égale à 12 ?

Exercice 7C.6 :

Voici une formule imaginaire : $S = 2\pi \times B \sqrt{\frac{4 \times C}{3 \times R}}$

Quelle doit être la valeur du respect R sachant que le bonheur B est égal à 70, la sérénité S est égale à 900 et la chance C est égale à 22. Arrondir à l'entier le plus proche. Justifier votre réponse.

Exercice 7C.7 : Voici une formule imaginaire : $S = 2B\sqrt{\frac{7C}{2\pi R}}$

Quelle doit être la valeur du respect R sachant que le bonheur B est égal à 88, la sérénité S est égale à 777 et la chance C est égale à 22. Arrondir à l'entier le plus proche. Justifier votre réponse.

Exercice 7C.8 : Qui est le plus grand entre $11\sqrt{12}$ et $12\sqrt{11}$?

Exercice 7C.9 : Calculer $\sqrt{3^{99} + 3^{99} + 3^{99}}$.

Exercice 7C.10 : Simplifier $\sqrt{11 - 4\sqrt{7}}$.

Exercice 7C.11 : Simplifier $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{16}}$.

Notre Dame de La Merci – Montpellier

CORRIGE

EXERCICE 1 :

a.	$3^2 = 9$	donc	$\sqrt{9} = 3$
b.	$17^2 = 289$	donc	$\sqrt{289} = 17$
c.	$4^2 = 16$	donc	$\sqrt{16} = 4$
d.	$12^2 = 144$	donc	$\sqrt{144} = 12$
e.	$6^2 = 36$	donc	$\sqrt{36} = 6$
f.	$4^2 = 16$	donc	$\sqrt{16} = 4$
g.	$5^2 = 25$	donc	$\sqrt{25} = 5$
h.	$7^2 = 49$	donc	$\sqrt{49} = 7$
i.	$9^2 = 81$	donc	$\sqrt{81} = 9$
j.	$8^2 = 64$	donc	$\sqrt{64} = 8$

EXERCICE 2 :

a.	$\sqrt{4} = 2$	b.	$\sqrt{100} = 10$
c.	$\sqrt{900} = 30$	d.	$\sqrt{0,01} = 0,1$
e.	$\sqrt{(3,14)^2} = 3,14$	f.	$\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{2}{5}$
g.	$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$	h.	$\sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7}{6}$
i.	$\sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9}$	j.	$\sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10}$

EXERCICE 3 :

a.	$\sqrt{3600} = 60$	b.	$\sqrt{0,04} = 0,2$
c.	$\sqrt{1000000} = 1000$	d.	$\sqrt{10^6} = 10^3$
e.	$\sqrt{10^{14}} = 10^7$	f.	$\sqrt{10^{-4}} = 10^{-2}$
g.	$\sqrt{4 \times 10^8} = 2 \times 10^4$	h.	$\sqrt{25 \times 10^{-12}} = 5 \times 10^{-6}$
i.	$\sqrt{(-7)^2} = 7$	j.	$\sqrt{(-1)^2} = 1$

EXERCICE 4 :

$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (3+5-7+2)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
$5\sqrt{5} - 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + \sqrt{5} = 6\sqrt{5} - 14\sqrt{3}$
$-4\sqrt{11} + 11\sqrt{11} + 13\sqrt{11} = (-4+11+13)\sqrt{11} = 20\sqrt{11}$
$3\sqrt{7} - 3\sqrt{5} - 5\sqrt{7} + 7\sqrt{5} = -2\sqrt{7} + 4\sqrt{5}$
$-8\sqrt{2} - 2\sqrt{11} + 3\sqrt{11} - 7\sqrt{2} = -15\sqrt{2} + \sqrt{11}$

EXERCICE 5 :

$\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$ $= 3 \times 2 = 6$	$2\sqrt{7} \times 5\sqrt{7}$ $= 2 \times 5 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7}$ $= 10 \times 7 = 70$
$3\sqrt{5} \times 4\sqrt{5}$ $= 3 \times 4 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$ $= 12 \times 5 = 60$	$-\sqrt{2} \times \sqrt{2} = -2$
$-3\sqrt{2} \times (-5\sqrt{2})$ $= (-3) \times (-5) \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$ $= 15 \times 2 = 30$	$7\sqrt{3} \times (-2\sqrt{3})$ $= 7 \times (-2) \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$ $= -14 \times 3 = -42$
$5\sqrt{5} \times (-2\sqrt{5}) =$ $= 5 \times (-2) \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$ $= -10 \times 5 = -50$	$\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

EXERCICE 6 :

$\sqrt{5^2} = 5$	$(3\sqrt{2})^2 = 3 \times 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$ $= 9 \times 2 = 18$
$(-2\sqrt{3})^2 = 2 \times 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$ $= 4 \times 3 = 12$	$(2\sqrt{11})^2 = 2 \times 2 \times \sqrt{11} \times \sqrt{11}$ $= 4 \times 11 = 44$
$(5\sqrt{2})^2 = 5 \times 5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$ $= 25 \times 2 = 50$	$(6\sqrt{3})^2 = 6 \times 6 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$ $= 36 \times 3 = 108$
$(-2\sqrt{7})^2 = 2 \times 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7}$ $= 4 \times 7 = 28$	$(-9\sqrt{11})^2 = 9 \times 9 \times \sqrt{11} \times \sqrt{11}$ $= 81 \times 11 = 891$

EXERCICE 7 :

$$2(3 + \sqrt{5}) = 2 \times 3 + 2 \times \sqrt{5} = 6 + 2\sqrt{5}$$

$$3(6 - \sqrt{2}) = 3 \times 6 - 3 \times \sqrt{2} = 18 - 3\sqrt{2}$$

$$5(3\sqrt{2} + 4) = 5 \times 3\sqrt{2} + 5 \times 4 = 15\sqrt{2} + 20$$

$$-3(5\sqrt{3} - 7) = -3 \times 5\sqrt{3} - 3 \times (-7) = -15\sqrt{3} + 21$$

$$\sqrt{3}(4 + \sqrt{3}) = \sqrt{3} \times 4 + \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3} + 3$$

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2}(4 + \sqrt{2}) &= 3\sqrt{2} \times 4 + 3\sqrt{2} \times \sqrt{2} \\ &= 3 \times 4 \times \sqrt{2} + 3 \times 2 = 12\sqrt{2} + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3}(5 - 2\sqrt{3}) &= 2\sqrt{3} \times 5 - 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \\ &= 2 \times 5 \times \sqrt{3} - 2 \times 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 4 \times 3 \\ &= 10\sqrt{3} - 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2\sqrt{5}(3\sqrt{5} + 2) &= -2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \times 2 \\ &= -2 \times 3 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} - 2 \times 2 \times \sqrt{5} = -6 \times 5 - 4\sqrt{5} \\ &= -30 - 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5\sqrt{7}(-4 + 3\sqrt{7}) &= 5\sqrt{7} \times (-4) + 5\sqrt{7} \times 3\sqrt{7} \\ &= 5 \times (-4) \times \sqrt{7} + 3 \times 5 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} \\ &= -20\sqrt{7} + 15 \times 7 = -20\sqrt{7} + 105 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -9\sqrt{11}(-2\sqrt{11} - 6) &= -9\sqrt{11} \times (-2\sqrt{11}) - 9\sqrt{11} \times (-6) \\ &= -9 \times (-2) \times \sqrt{11} \times \sqrt{11} - 9 \times (-6) \times \sqrt{11} \\ &= 18 \times 11 + 54\sqrt{11} = 198 + 54\sqrt{11} \end{aligned}$$

NOTRE DAME DE LA MERCI - CORRIGE



$1^2 = 1 \quad 2^2 = 4 \quad 3^2 = 9 \quad 4^2 = 16$

$5^2 = 25 \quad 6^2 = 36 \quad 7^2 = 49 \quad 8^2 = 64$

$9^2 = 81 \quad 10^2 = 100 \quad 11^2 = 121 \quad 12^2 = 144$

$13^2 = 169 \quad 14^2 = 196 \quad 15^2 = 225 \quad 16^2 = 256$

EXERCICE 7B.1

a.	18	=	9×2	=	$3^2 \times 2$
b.	12	=	4×3	=	$2^2 \times 3$
c.	24	=	4×6	=	$2^2 \times 6$
d.	28	=	4×7	=	$2^2 \times 7$
e.	45	=	9×5	=	$3^2 \times 5$
f.	72	=	36×2	=	$6^2 \times 2$
g.	150	=	25×6	=	$5^2 \times 6$
h.	675	=	225×3	=	$15^2 \times 3$
i.	288	=	144×2	=	$12^2 \times 2$
j.	588	=	196×3	=	$14^2 \times 3$

EXERCICE 7B.2

a. Écrire sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a entier :

$\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$	$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2}$ $= \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
$\sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2}$ $= \sqrt{49} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$	$\sqrt{162} = \sqrt{81 \times 2}$ $= \sqrt{81} \times \sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

b. Écrire sous la forme $a\sqrt{3}$ avec a entier :

$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3}$ $= \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$	$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3}$ $= \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$
$\sqrt{300} = \sqrt{100 \times 3}$ $= \sqrt{100} \times \sqrt{3} = 10\sqrt{3}$	$\sqrt{192} = \sqrt{64 \times 3}$ $= \sqrt{64} \times \sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

c. Écrire sous la forme $a\sqrt{5}$ avec a entier :

$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$	$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$ $\sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$
$\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$	$\sqrt{245} = \sqrt{49 \times 5} = 7\sqrt{5}$

d. Écrire sous la forme $a\sqrt{6}$ avec a entier :

$\sqrt{96} = \sqrt{16 \times 6} = 4\sqrt{6}$	$\sqrt{150} = \sqrt{25 \times 6} = 5\sqrt{6}$
$\sqrt{216} = \sqrt{36 \times 6} = 6\sqrt{6}$	$\sqrt{384} = \sqrt{64 \times 6} = 8\sqrt{6}$

e. Écrire sous la forme $a\sqrt{13}$ avec a entier :

$\sqrt{637} = \sqrt{49 \times 13} = 7\sqrt{13}$	$\sqrt{468} = \sqrt{36 \times 13} = 6\sqrt{13}$
$\sqrt{1573} = \sqrt{121 \times 13}$ $= 11\sqrt{13}$	$\sqrt{2925} = \sqrt{225 \times 13}$ $= 15\sqrt{13}$

EXERCICE 7B.3

a. $\sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = 2\sqrt{10}$
b. $\sqrt{99} = \sqrt{9 \times 11} = 3\sqrt{11}$
c. $\sqrt{54} = \sqrt{9 \times 6} = 3\sqrt{6}$
d. $\sqrt{63} = \sqrt{9 \times 7} = 3\sqrt{7}$
e. $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$
f. $\sqrt{288} = \sqrt{144 \times 2} = 12\sqrt{2}$
g. $\sqrt{675} = \sqrt{225 \times 3} = 15\sqrt{3}$
h. $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$
i. $\sqrt{845} = \sqrt{169 \times 5} = 13\sqrt{5}$
j. $\sqrt{847} = \sqrt{121 \times 7} = 11\sqrt{7}$

EXERCICE 7B.4

$\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{9}{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}}$	$\sqrt{\frac{16}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$
---	---	--

EXERCICE 7B.5

$\sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$	$\sqrt{\frac{5}{36}} = \frac{\sqrt{5}}{6}$	$\sqrt{\frac{13}{25}} = \frac{\sqrt{13}}{5}$
---	--	--

EXERCICE 7B.6

$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\frac{4}{\sqrt{7}} = \frac{4 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{7}}{7}$
$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{35}}{7}$	$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{11}} = \frac{2 \times \sqrt{11}}{\sqrt{11} \times \sqrt{11}} = \frac{2\sqrt{11}}{11}$
$\sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$	$\sqrt{\frac{7}{2}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

CORRIGE - Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. Quet

Exercice 7C.1

$$A = \sqrt{28} \times \sqrt{20} \times \sqrt{35} = \sqrt{7} \times \sqrt{4} \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} = (\sqrt{4} \times \sqrt{4}) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{5}) \times (\sqrt{7} \times \sqrt{7}) = 4 \times 5 \times 7 = 140$$

$$B = \sqrt{15} \times \sqrt{35} \times \sqrt{33} = \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{11} = (\sqrt{3} \times \sqrt{3}) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{5}) \times \sqrt{7} \times \sqrt{11} = 3 \times 5 \times \sqrt{77} = 15\sqrt{77}$$

$$C = \frac{\sqrt{56}}{\sqrt{21}} = \sqrt{\frac{56}{21}} = \sqrt{\frac{8 \times 7}{3 \times 7}} = \sqrt{\frac{8}{3}} = \sqrt{\frac{4 \times 2}{3}} = \sqrt{4} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}} = 2 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2 \frac{\sqrt{2 \times 3}}{3} = \frac{2}{3} \sqrt{6}$$

$$D = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{54}} = \sqrt{\frac{24}{54}} = \sqrt{\frac{3 \times 8}{9 \times 6}} = \sqrt{\frac{3 \times 2 \times 4}{3 \times 3 \times 2 \times 3}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$E = \sqrt{\frac{42}{25}} \times \sqrt{\frac{40}{28}} = \sqrt{\frac{42}{25} \times \frac{40}{28}} = \sqrt{\frac{42 \times 40}{25 \times 28}} = \sqrt{\frac{7 \times 6 \times 8 \times 5}{5 \times 5 \times 7 \times 4}} = \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 2 \times 4}{5 \times 4}} = \sqrt{\frac{4 \times 3}{5}} = \sqrt{4} \times \sqrt{\frac{3}{5}} = 2\sqrt{\frac{3}{5}}$$

$$F = \sqrt{\frac{14}{15}} \times \sqrt{\frac{45}{24}} \times \sqrt{\frac{20}{9}} = \sqrt{\frac{14 \times 45 \times 20}{15 \times 24 \times 9}} = \sqrt{\frac{2 \times 7 \times 9 \times 5 \times 5 \times 4}{3 \times 5 \times 8 \times 3 \times 9}} = \sqrt{\frac{8 \times 7 \times 5}{3 \times 8 \times 3}} = \sqrt{\frac{35}{9}} = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{35}}{3}$$

Exercice 7C.2

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{28} + \sqrt{63} \\ &= \sqrt{4 \times 7} + \sqrt{9 \times 7} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{7} + \sqrt{9} \times \sqrt{7} \\ &= 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} \\ &= (2+3)\sqrt{7} \\ &= 5\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{20} - \sqrt{45} \\ &= \sqrt{4 \times 5} - \sqrt{9 \times 5} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{5} - \sqrt{9} \times \sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \\ &= (2-3)\sqrt{5} \\ &= -\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{6} + \sqrt{24} + \sqrt{54} \\ &= \sqrt{6} + \sqrt{4 \times 6} + \sqrt{9 \times 6} \\ &= \sqrt{6} + \sqrt{4} \times \sqrt{6} + \sqrt{9} \times \sqrt{6} \\ &= 1 \times \sqrt{6} + 2 \times \sqrt{6} + 3 \times \sqrt{6} \\ &= (1+2+3) \times \sqrt{6} \\ &= 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 4\sqrt{6} + 3\sqrt{24} - 5\sqrt{54} \\ &= 4\sqrt{6} + 3 \times \sqrt{4 \times 6} - 5 \times \sqrt{9 \times 6} \\ &= 4\sqrt{6} + 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{6} - 5 \times \sqrt{9} \times \sqrt{6} \\ &= 4\sqrt{6} + 3 \times 2 \times \sqrt{6} - 5 \times 3 \times \sqrt{6} \\ &= 4 \times \sqrt{6} + 6 \times \sqrt{6} - 15 \times \sqrt{6} \\ &= (4+6-15) \times \sqrt{6} \\ &= -5\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 3\sqrt{8} + 5\sqrt{72} - 4\sqrt{128} = 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{2} + 5 \times \sqrt{9} \times \sqrt{8} - 4 \times \sqrt{64} \times \sqrt{2} \\ &= 3 \times 2 \times \sqrt{2} + 5 \times 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{2} - 4 \times 8 \times \sqrt{2} \\ &= 6 \times \sqrt{2} + 15 \times 2 \times \sqrt{2} - 32 \times \sqrt{2} \\ &= 6 \times \sqrt{2} + 30 \times \sqrt{2} - 32 \times \sqrt{2} \\ &= (6+30-32) \times \sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= 9\sqrt{20} - 5\sqrt{45} - 2\sqrt{180} = 9 \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} - 5 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5} - 2 \times \sqrt{36} \times \sqrt{5} \\ &= 9 \times 2 \times \sqrt{5} - 5 \times 3 \times \sqrt{5} - 2 \times 6 \times \sqrt{5} \\ &= 18 \times \sqrt{5} - 15 \times \sqrt{5} - 12 \times \sqrt{5} \\ &= (18-15-12) \times \sqrt{5} \\ &= -9\sqrt{5} \end{aligned}$$

Exercice 7C.3

$$\begin{aligned}
 A &= (3\sqrt{7} - 5)(2 - 4\sqrt{7}) \\
 &= 3\sqrt{7} \times 2 - 3\sqrt{7} \times 4\sqrt{7} - 5 \times 2 + 5 \times 4\sqrt{7} \\
 &= 6\sqrt{7} - 12 \times 7 - 10 + 20\sqrt{7} \\
 &= 26\sqrt{7} - 94 \\
 B &= \sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125} \\
 &= \sqrt{36} \times \sqrt{5} + 3 \times \sqrt{16} \times \sqrt{5} - 2 \times \sqrt{25} \times \sqrt{5} \\
 &= 6\sqrt{5} + 3 \times 4\sqrt{5} - 2 \times 5\sqrt{5} \\
 &= 6\sqrt{5} + 12\sqrt{5} - 10\sqrt{5} \\
 &= 8\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

Exercice 7C.4

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{5}{3 + \sqrt{2}} \\
 &= \frac{5}{3 + \sqrt{2}} \times \frac{3 - \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}} \\
 &= \frac{5(3 - \sqrt{2})}{3^2 - (\sqrt{2})^2} \\
 &= \frac{5(3 - \sqrt{2})}{9 - 2} \\
 &= \frac{5(3 - \sqrt{2})}{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{5}{\sqrt{7} - 4} \\
 &= \frac{5}{\sqrt{7} - 4} \times \frac{\sqrt{7} + 4}{\sqrt{7} + 4} \\
 &= \frac{5(\sqrt{7} + 4)}{(\sqrt{7})^2 - 4^2} \\
 &= \frac{5(\sqrt{7} + 4)}{7 - 16} \\
 &= \frac{5(\sqrt{7} + 4)}{-9} \\
 &= -\frac{5(\sqrt{7} + 4)}{9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{3 + \sqrt{2}}{4 + \sqrt{8}} \\
 &= \frac{3 + \sqrt{2}}{4 + \sqrt{8}} \times \frac{4 - \sqrt{8}}{4 - \sqrt{8}} \\
 &= \frac{(3 + \sqrt{2})(4 - \sqrt{8})}{4^2 - (\sqrt{8})^2} \\
 &= \frac{12 - 3\sqrt{8} + 4\sqrt{2} - \sqrt{16}}{16 - 8} \\
 &= \frac{8 - 3\sqrt{8} + 4\sqrt{2}}{8} \\
 &= \frac{8 - 3 \times 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}}{8} \\
 &= \frac{8 - 2\sqrt{2}}{8} = \frac{4 - \sqrt{2}}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{8 + \sqrt{8}}{8} \\
 &= \frac{2 \times 4 + \sqrt{4} \times \sqrt{2}}{2 \times 4} \\
 &= \frac{2 \times 4 + 2 \times \sqrt{2}}{2 \times 4} \\
 &= \frac{\boxed{2}(4 + \sqrt{2})}{\boxed{2} \times 4} \\
 &= \frac{4 + \sqrt{2}}{4}
 \end{aligned}$$

Exercice 7C.5 : Voici une formule imaginaire : $R = 4\pi\sqrt{\frac{10}{P}}$

Quelle doit être la pression P sachant que la résistance R est égale à 12 ?

$$12 = 4\pi\sqrt{\frac{10}{P}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{4\pi} = \sqrt{\frac{10}{P}}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{\pi}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{10}{P}}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{\pi^2} = \frac{10}{P}$$

$$\Leftrightarrow 9 \times P = 10 \times \pi^2$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{10\pi^2}{9}$$

La valeur cherchée est $\frac{10\pi^2}{9}$

Exercice 7C.6 : Voici une formule imaginaire : $S = 2\pi \times B \sqrt{\frac{4 \times C}{3 \times R}}$

Quelle doit être la valeur du respect R sachant que le bonheur B est égal à 70, la sérénité S est égale à 900 et la chance C est égale à 22. Arrondir à l'entier le plus proche. Justifier votre réponse.

$$S = 2\pi \times B \sqrt{\frac{4 \times C}{3 \times R}} \Leftrightarrow 900 = 2\pi \times 70 \sqrt{\frac{4 \times 22}{3 \times R}} \Leftrightarrow \frac{900}{2\pi \times 70} = \sqrt{\frac{88}{3 \times R}} \Leftrightarrow \frac{45}{7\pi} = \sqrt{\frac{88}{3 \times R}} \Leftrightarrow \left(\frac{45}{7\pi}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{88}{3 \times R}}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{2025}{49\pi^2} = \frac{88}{3 \times R} \Leftrightarrow 2025 \times 3 \times R = 88 \times 49\pi^2 \Leftrightarrow R = \frac{88 \times 49\pi^2}{2025 \times 3} \approx 7$$

Exercice 7C.7 : Voici une formule imaginaire : $S = 2B\sqrt{\frac{7C}{2\pi R}}$

Quelle doit être la valeur du respect R sachant que le bonheur B est égal à 88, la sérénité S est égale à 777 et la chance C est égale à 22. Arrondir à l'entier le plus proche. Justifier votre réponse.

$$S = 2B\sqrt{\frac{7C}{2\pi R}} \Leftrightarrow 777 = 2 \times 88 \sqrt{\frac{4 \times 22}{2\pi \times R}} \Leftrightarrow \frac{777}{176} = \sqrt{\frac{88}{2\pi \times R}} \Leftrightarrow \left(\frac{777}{176}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{88}{2\pi \times R}}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{603\,729}{30\,976} = \frac{88}{2\pi \times R} \Leftrightarrow 603\,729 \times 2\pi \times R = 88 \times 30\,976 \Leftrightarrow R = \frac{88 \times 30\,976}{603\,729 \times 2\pi} \approx 0,719$$

Exercice 7C.8 :

Qui est le plus grand entre $11\sqrt{12}$ et $12\sqrt{11}$?

Deux méthodes :

Méthode 1 : on compare les carrés de ces deux nombres :

$$(11\sqrt{12})^2 = 11^2 \times 12 = 121 \times 12 = 121 \times (10 + 2) = 1210 + 242 = 1452$$

$$(12\sqrt{11})^2 = 12^2 \times 11 = 144 \times 11 = 144 \times (10 + 1) = 1440 + 144 = 1884$$

Donc $(12\sqrt{11})^2 > (11\sqrt{12})^2$ et $12\sqrt{11} > 11\sqrt{12}$

Méthode 2 : étude générale comparative des carrés des nombres $x\sqrt{x+1}$ et $(x+1)\sqrt{x}$:

$$(x\sqrt{x+1})^2 = x^2 \times (x+1) = x^3 + x^2$$

$$((x+1)\sqrt{x})^2 = (x+1)^2 \times x = (x^2 + 2x + 1) \times x = x^3 + 2x^2 + x = x^3 + x^2 + x^2 + x$$

Ainsi

$$((x+1)\sqrt{x})^2 = (x\sqrt{x+1})^2 + x^2 + x$$

Les valeurs de x sont positives, donc :

$$((x+1)\sqrt{x})^2 > (x\sqrt{x+1})^2$$

Soit : $(x+1)\sqrt{x} > x\sqrt{x+1}$

Et ici : $12\sqrt{11} > 11\sqrt{12}$

Exercice 7C.9 :

Calculer $\sqrt{3^{99} + 3^{99} + 3^{99}}$.

$$\sqrt{3^{99} + 3^{99} + 3^{99}} = \sqrt{3 \times 3^{99}} = \sqrt{3^{100}} = \sqrt{(3^{50})^2} = 3^{50}$$

Exercice 7C.10 : Simplifier $\sqrt{11 - 4\sqrt{7}}$.

$$\begin{aligned} \sqrt{11 - 4\sqrt{7}} &= \sqrt{11 - 2 \times 2 \times \sqrt{7}} \\ &= \sqrt{4 - 2 \times 2 \times \sqrt{7} + 7} \\ &= \sqrt{2^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{7} + (\sqrt{7})^2} \\ &= \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} \\ &= |2 - \sqrt{7}| \\ &= \sqrt{7} - 2 \end{aligned}$$

Exercice 7C.11 : Simplifier $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{16}}$.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{16}} &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + 4} \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2 + \sqrt{6} + \sqrt{8} + 2} \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2}{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2) + \sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{4} + \sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2}{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2) + \sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2}{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2)(1 + \sqrt{2})} \\ &= \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \times \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} \\ &= \frac{1 - \sqrt{2}}{1^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - 2} \\ &= \frac{1 - \sqrt{2}}{-1} \\ &= \sqrt{2} - 1 \end{aligned}$$