

## DS 4 : Suites

### Exercice 1

Des personnes font caisse commune pour acheter un cadeau. La première donne 20€, la suivante 22€, la troisième 24€ et ainsi de suite.

On définit  $(v_n)$  la suite des dons, avec  $v_1$  la somme donnée par la première personne.

- 1) Quelle est la nature de  $(v_n)$
- 2) Donner une définition de  $(v_n)$  par récurrence (comme dans la première ligne de l'exercice 3)
- 3) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$
- 4) Déterminer  $v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{20}$
- 5) En déduire la quantité mise dans la cagnotte par les 20 premières personnes
- 6) Combien apporte en moyenne chacune de ces 20 personnes.

### Exercice 2

Une suite est définie par l'algorithme suivant :

Entrée :  $n$  est un entier naturel

Initialisation  $U$  prend la valeur 13

Traitement : pour  $i$  variant de 1 à  $n$ ,  $U$  prend la valeur  $U \times 5$

Sortie : afficher  $U$

- 1) Donner  $u_0, u_1, u_2$  et  $u_3$
- 2) Quelle est la nature de la suite
- 3) Donner sa caractérisation par récurrence (comme dans la première ligne de l'exercice 3)
- 4) Donner  $u_n$  en fonction de  $n$

### Exercice 3

Soit  $(u_n)$  la série définie par 
$$\begin{cases} u_0 = 72 \\ u_{n+1} = 0,5u_n + 100 \end{cases}$$

- 1) Découverte de  $(u_n)$ 
  - a. Déterminer  $u_1, u_2$  et  $u_3$ .
  - b. La suite est-elle arithmétique ?
  - c. La suite  $(u_n)$  est-elle géométrique ?
- 2) Etude de  $(w_n)$  définie par  $w_n = u_n - 200$ 
  - a. Calculer  $w_1, w_2$  et  $w_3$
  - b. Conjecturez la nature de la suite  $(w_n)$
  - c. Prouver votre conjecture (indication : Après avoir exprimé  $w_{n+1}$  en fonction de  $u_{n+1}$  puis de  $u_n$ , et  $w_n$  en fonction de  $u_n$ , trouver la relation entre  $w_{n+1}$  et  $w_n$ )
  - d. Prouver que l'on a :  $u_{n+1} = -128(0,5)^n + 200$
- 3) Etude de  $(u_n)$ 
  - a. Donner le sens de variation de  $(u_n)$
  - b. Prouver que pour tout entier  $n$  on a  $u_n < 200$
  - c. Montrer que pour tout entier supérieur ou égal à 8  $u_n \geq 199$