

Exercice 127P60

$$1a) C_m(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{\frac{x^2}{10} - 20x + 1960}{x} = \frac{x^2 - 200x + 19600}{10x}$$

Donc

$$C'_m(x) = \frac{(2x-200)10x - (x^2-200x+19600)10}{(10x)^2} = \frac{20x^2 - 2000x - 10x^2 + 2000x - 196000}{100x^2} = \frac{10x^2 - 196000}{100x^2} = \frac{x^2 - 19600}{10x^2} = \frac{(x-140)(x+140)}{10x^2}$$

Le minimum est atteint pour $x_0 = 140$ et $C_m(140) = 8$

$$2) C'(x) = 0,2x - 20$$

$$C'(x_0) = C'(140) = 0,2 \times 140 - 20 = 8 \text{ donc on a bien } C'(140) = C_m(140)$$

3) l'équation de la tangente à la courbe représentative d'une fonction $C(x)$ en un point d'abscisse x_0 est donnée par la formule suivante : $y = C'(x_0)(x - x_0) + C(x_0)$

Ici la tangente considérée aura pour équation : $y = 8(x - 140) + (0,1 \times 140^2 - 20 \times 140 + 1960)$

$y = 8x - 1120 + 1120$ donc $y = 8x$ la tangente est donc une droite passant par l'origine (si $x=0$ alors $y=0$)

x	0	140	$+\infty$
$x-140$	-	0	+
$x+140$	+		+
$10x^2$	0	+	+
$C'_m(x)$		-	0
$C_m(x)$			$+\infty$

Exercice 128P60

1) Le coût unitaire de revient est $f(x)$, donc si on veut connaître $C(x)$ le prix de x kg de truffe il faut faire :

$$x f(x) = x(x^2 - 60x + 975) = x^3 - 60x^2 + 975x. \text{ Donc}$$

$$C(x) = x^3 - 60x^2 + 975x$$

2) Le bénéfice correspond à la différence entre le prix de vente et le coût, donc

$$B(x) = 450x - C(x) = 450x - (x^3 - 60x^2 + 975x) = -x^3 + 60x^2 - 525x.$$

$$\text{Donc } B(x) = -x^3 + 60x^2 - 525x$$

3) $B'(x) = -3x^2 + 120x - 525$ Considérons maintenant $(-3x + 15)(x - 35) = -3x^2 + 105x + 15x - 525 = B'(x)$ CQFD

4) 5)

x	B(x)
0	0
5	-1250
10	-250
15	2250
20	5500
25	8750
30	11250
35	12250
40	11000
45	6750

6)

7)

L'exploitation sera bénéficiaire à partir de 11kg

8) le bénéfice maximal est atteint quand le producteur vend 35kg de truffes il fait alors un bénéfice de 12 250€

x	5	35
$(-3x+15)$	+	0
$x-35$	-	0
$B'(x)$	-	0
B(x)		12250

