Devoir surveillé 3

Exercice 1 (8min)

Dériver les fonctions suivantes :

$f(x) = 8x^3 + 6x^2 - 5x + 7$ $\quad g(x) = 3\sqrt{5} - 7\sqrt{x} + \frac{x}{8} - 5$ $\quad h(x) = \frac{7}{x} + \frac{1}{x+3}$

$f'(x) = 24x^2 + 12x - 5$ $\quad g'(x) = -\frac{7}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{8}$ $\quad h'(x) = -\frac{7}{x^2} - \frac{1}{(x-3)^2}$

$i(x) = (x^3 - 4)(x - 5)$ $\quad j(x) = \frac{2x-3}{x+7}$

$i'(x) = 3x^2(x - 5) + (x^3 - 4)1$ $\quad j'(x) = \frac{2(x+7)-(2x-3)1}{(x+7)^2}$

$= 3x^3 - 15x^2 + x^3 - 4$ $\quad = \frac{2x+14-2x+3}{(x+7)^2}$

$= 4x^3 - 15x^2 - 4$ $\quad = \frac{17}{(x+7)^2}$

Exercice 2 (8min)

Soit $g(x) = \frac{1}{x^2-5x+10}$

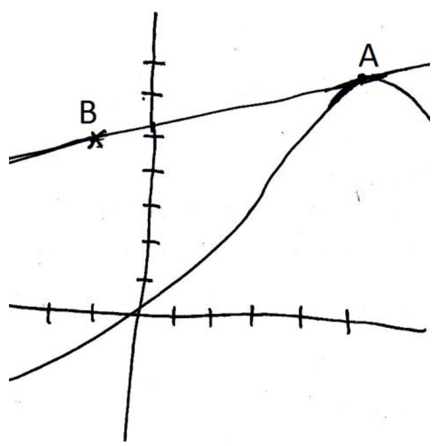
1) est-ce que $x^2 - 5x + 10 = 0$ a des solutions, si oui lesquelles ?
   $\Delta = 25 - 40 = -15$ donc il n'y a pas de solution
2) en déduire l'ensemble de définition de g
   le dénominateur ne s'annulant jamais on aura : $D_f = \mathbb{R}$
3) dériver g
   $g'(x) = -\frac{2x-5}{(x^2-5+10)^2} = \frac{5-2x}{(x^2-5+10)^2}$
4) faire le tableau de variation de g
   voir scan

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$5-2x$		$+$	0	$-$	
$(x^2-5x+10)^2$		$+$		$+$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		↗		↘	

Exercice 3 (8min)

La courbe de la fonction f a sa tangente au point d'abscisse 5 qui passe par les points $A(5; 7)$ et $B(-1; 5)$.

1) Représenter la tangente et imaginez une courbe représentative de f
2) Donner $f'(5) = \frac{\Delta_y}{\Delta_x} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
3) Déduire l'équation de la tangente
   $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ $\quad a = 5$ $\quad f(a) = 7$
   $f'(a) = \frac{1}{3}$
   $y = \frac{1}{3}(x - 5) + 7 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3} + 7$ $\quad y = \frac{1}{3}x + \frac{16}{3}$



Nom & Prénom : …………………………………………….. www.dimension-k.com

Exercice 4 **(15min)**

Soit $f(x) = x^3 + 3x^2 - 72x + 8$

1) Donner la dérivée de la fonction f

$f'(x) = 3x^2 + 6x - 72$

2) donner le tableau de variation de f

$\Delta = 6^2 - 4 \times 3(-72) = 900$ donc f' va s'annuler pour $x_1 = \frac{-6-\sqrt{900}}{6} = -6$ et $x_2 = \frac{-6+\sqrt{900}}{6} = 4$

x	$-\infty$		-6		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

3) pour chaque extremum local donner abscisse et ordonnée puis précisez si il s'agit d'un maximums ou d'un minimum

J'ai un maximum local en -6 : $f(-6) = 332$ et j'ai un minimum local en 4 $f(4) = -168$

4) donner le minimum de f' on a $f'(x) = 3x^2 + 6x - 72$ donc elle atteint son minimum en $-\frac{b}{2a} = -\frac{6}{6} = -1$ la hauteur est $f'(-1) = 3 - 6 - 72 = -75$

5) BONUS : à votre avis quand est ce que la fonction est le plus décroissante

La fonction sera la plus décroissante quand f' a sa plus petite valeur c'est-à-dire pour $x = -1$

Exercice 5 **(4min)**

On dit que la fonction f a une dérivée qui est $f'(x) = (4x-3)(5-3x)(8+7x)$

Vous ferez un tableau d'étude de variation de la fonction f dans lequel vous mettrez une ligne pour l'étude des signes de chacun des facteurs $(4x-3)$, … vous mettrez aussi une ligne pour le signe de f'

	$-\infty$		$-\frac{8}{7}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$4x-3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$5-3x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$8+7x$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	