POURCENTAGES

Notation : le symbole % n'est pas une unité (comme le cm) mais une **notation** signifiant "divisé par 100". Par exemple 15% est égal au nombre 0,15.

I. Pourcentages : 3 situations de référence

	Situation	Application linéaire associée	Exemple-clé
1	Prendre t% d'une quantité x	$x \to x\frac{t}{100}$	12 % de x, c'est $0{,}12x$
2	Augmenter une quantité x de t%	$x \to \left(1+\frac{t}{100}\right)x$	Si x augmente de 12 %, alors x devient $1{,}12x$
3	Diminuer une quantité x de t %	$x \to \left(1-\frac{t}{100}\right)x$	Si x diminue de 12 %, alors x devient $0{,}88x$

II. Pourcentages : pièges à éviter

	Piège à éviter	Exemple
1	Une baisse de t% n'est pas compensée par une hausse de t%	Un objet à 100€ qui baisse de 10 % coûte 90€ , puis s'il augmente de 10 %, il coûte 99 €.
2	Une variation de $t1$ % suivie d'une variation de $t2$ % n'est pas égale à une variation de $(t1+t2)$ %	Un objet à 100€ qui baisse de 10 % coûte 90€. S'il baisse encore de 10 %, il coûte 81 €. Il n'a donc pas baissé de 20 % (il coûterait 80€)

III. Pourcentages

À chaque pourcentage, on peut associer un coefficient : par exemple à 15 % correspond le coefficient 0,15.

Pour calculer des pourcentages de pourcentages, on multiplie les coefficients associés.

On dit parfois que les pourcentages se multiplient.

IV. Pourcentage moyen, pourcentage global

Imaginons qu'une quantité x varie d'un certain pourcentage t_1 durant une année puis d'un certain pourcentage t_2 l'année suivante. Deux questions naturelles se posent :

Quel est le pourcentage global t_g d'évolution sur les deux années ?

Quel est le pourcentage moyen annuel t_m d'évolution ?

Notons z la quantité après deux années, nous avons donc : $z=\left(1+\frac{t_1}{100}\right)\left(1+\frac{t_2}{100}\right)x$

Posons $c_1=\left(1+\frac{t_1}{100}\right)$ et $c_2=\left(1+\frac{t_2}{100}\right)$ (Coefficients multiplicateurs associés à $t1$ et $t2$)

Le coefficient multiplicateur global est : $c_g=c_1\times c_2$

On en déduit le pourcentage global :

$t_g=100(c_g-1)=100(c_1c_2-1)=100\left(\left(1+\frac{t_1}{100}\right)\left(1+\frac{t_2}{100}\right)-1\right)=100\left(1+\frac{t_1}{100}+\frac{t_2}{100}+\frac{t_1t_2}{10000}-1\right)=t_1+t_2+\frac{t_1t_2}{100}$

Si c_m désigne le coefficient multiplicateur associé à t_m, on a : $c_m^2=c_1\times c_2$

Il apparaît donc que c_m est la moyenne géométrique de c_1 et c_2.

On a, en revenant aux pourcentages : $t_m=100(c_m-1)=100(\sqrt{c_1c_2}-1)$

V. Evolution réciproque

Définition :

quand une quantité I après une évolution de t% devient une quantité F, alors le pourcentage t' qui permet de passer de F à I est appelé pourcentage d'évolution réciproque.

Remarque :

si l'évolution de départ est une hausse, l'évolution réciproque elle sera une baisse et vice versa.

Exemple :

une quantité I est diminuée de 60% quel sera le pourcentage d'évolution réciproque ?

On a : $F=I\left(1-\frac{60}{100}\right)\Leftrightarrow F=0{,}4I\Leftrightarrow\frac{1}{0{,}4}F=I\Leftrightarrow 2{,}5F=I$ or $2{,}5=1+1{,}5=\left(1+\frac{150}{100}\right)$

Ainsi : $I=\left(1+\frac{150}{100}\right)F$

L'évolution réciproque d'une réduction de 60% est donc une augmentation de 150%

VI. Indices

L'utilisation d'indice permet de mieux comprendre l'évolution d'une quantité en fonction du temps. Dans un tableau donnant une telle évolution, on rajoute une ligne, appelée ligne d'indice. En dessous de la valeur de référence l'indice sera 100, les autres colonnes seront complétées en s'appuyant sur le fait que les lignes de quantités et d'indice sont proportionnelles.

Exemple :

déterminer à l'aide d'indice l'évolution par rapport au mois de janvier dans le tableau suivant :

Mois	Janvier	Février	Mars
Cours	1598	1533	1758
Indice			

Propriété :

le pourcentage d'évolution du cours est égal au pourcentage d'évolution de l'indice

Fin de l'exemple :

par rapport à janvier la quantité à diminuée en février de ....% mais elle a augmenté de ... %