Entrainement n°1

Exercice 1 :
Pour chaque fonction, après avoir déterminé le domaine de définition et de dérivation (proprement justifié) puis déterminer la dérivée**.**

$m(x) = \frac{4x-6}{3x+4}$

$o(n) = n^3 - \frac{n+4}{n^2+3n-4}$

$p(x) = \frac{x^2-3x+2}{x^2+x+4}$

$q(r) = rrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrr$

$r(q) = q - \frac{1}{q+1}$

Exercice 2 :
Pour chaque fonction, après avoir déterminé le domaine de définition et de dérivation (proprement justifié) déterminer la dérivée puis **les variations.**

$d(x) = -2x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 2x + 1$

$e(x) = \frac{x-1}{2-x}$

$g(x) = x^4 + x^3 + 7x^2$

$j(x) = 2x + 2 + \frac{3}{2x+1}$

Entrainement n°2

Exercice 1 :
Pour chaque fonction, après avoir déterminé le domaine de définition et de dérivation (proprement justifié) puis déterminer la dérivée**.**

$d(x) = 17\sqrt{x} - 51x$

$g(t) = (3t+7)(5-4t)(3t)$

$k(\mu) = 4x - \frac{7}{\mu^2+1}$

$l(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$

$n(x) = \frac{x-\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}}$

$s(o) = \frac{o^3-o^2+o}{o+1}$

Exercice 2 :
Pour chaque fonction, après avoir déterminé le domaine de définition et de dérivation (proprement justifié) déterminer la dérivée puis **les variations.**

$b(x) = x^3 - 3x + 2$

$f(x) = x - 2 - \frac{4}{x+1}$

$h(x) = 2x^4 - 8x^2 + 1$

$i(x) = \frac{2x-5}{x-3}$

Correction : Entrainement n°1

Exercice 1 :

$m(x)=\frac{4x-6}{3x+4}$ c'est un quotient de polynôme, donc c'est défini et dérivable du moment que le dénominateur est non nul $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{4}{3}\right\}$

$m'(x)=\frac{4(3x+4)-(4x-6)3}{(3x+4)^2}=\frac{12x+16-12x+18}{(3x+4)^2}=\frac{34}{(3x+4)^2}$

$o(n)=n^3-\frac{n+4}{n^2+3n-4}$ On reconnait un trinôme an^2+bn+c avec $a=1$, $b=3$ et $c=-4$ $\Delta=b^2-4ac=9+16=25>0$ donc deux racines :

$x_1=\frac{-3-\sqrt{25}}{2}=-4$ et $x_2=\frac{-3+\sqrt{25}}{2}=1$ donc $D_0=\mathbb{R}-\{-4;0\}$

$$o'(n)=3n^2-\frac{(n^2+3n-4)-(n+4)(2n+3)}{(n^2+3n-4)^2}=3n^2-\frac{-n^2-8n-16}{(n^2+3n-4)^2}$$

$p(t)=\frac{x^2-3x+2}{x^2+x+4}$ attention p ne dépend pas de t mais juste de x

donc $p'(t)=0$ ceux qui n'ont pas vu le piège auraient dû obtenir :

$$p'(t)=\frac{(2x-3)(x^2+x+4)-(x^2-3x+2)(2x+1)}{(x^2+x+4)^2}=\cdots=\frac{4x^2+4x-14}{(x^2+x+4)^2}$$

$q(r)=r^{24}$ $\quad q'(r)=24r^{23}$

$r(q)=q-\frac{1}{q+1}$ $\quad r'(q)=1-\frac{-1}{(q+1)^2}$

Exercice 2 :

$d(x)=-2x^3+\frac{7}{2}x^2-2x+1$ $\quad d'(x)=-6x^2+7x-2$

On reconnait un trinôme ax^2+bx+c avec $a=-6$, $b=7$ et $c=-2$

$\Delta=b^2-4ac=1>0$ donc deux racines : $x_1=\frac{-7-\sqrt{1}}{-12}=\frac{-8}{-12}=\frac{2}{3}$ et $x_2=\frac{-7+\sqrt{1}}{-12}=\frac{-6}{-12}=\frac{1}{2}$

Donc $d'(x)=-6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
-6		-		-		-	
$x-\frac{1}{2}$		-		-	0	+	
$x-\frac{2}{3}$		-	0	+		+	
d'(x)		-	0	+	0	-	
d(x)		↘	$\frac{5}{8}$	↗	$\frac{17}{27}$	↘	

x	$-\infty$		2		$+\infty$
(2-x)²		+	0	+	
e'(x)		+	‖	+	
e(x)		↗	‖	↗	

$e(x)=\frac{x-1}{2-x}$ c'est un quotient de polynôme, donc c'est défini et dérivable du moment que le dénominateur est non nul $D_e=\mathbb{R}-\{2\}$

On reconnait $\frac{u}{v}\to\frac{u'v-uv'}{v^2}$ avec $u=x-1$, $v=2-x$, $u'=1$ et $v'=-1$

$e'(x)=\frac{1(2-x)-(x-1)(-1)}{(2-x)^2}=\frac{2-x+x-1}{(2-x)^2}=\frac{1}{(2-x)^2}$

$g(x)=x^4+x^3+7x^2$

$g'(x)=4x^3+3x^2+14x=x(4x^2+3x+14)$

$\Delta=9-224=-215$

La parenthèse est donc toujours positive.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$4x^2+3x+14$		+		+	
x		-	0	+	
g'(x)		-	0	+	
g(x)		↘	0	↗	

$j(x)=2x+2+\frac{3}{2x+1}$ c'est un quotient de polynôme, donc c'est défini et dérivable du moment que le dénominateur est non nul $D_j=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

On reconnait $\frac{u}{v}\to\frac{u'v-uv'}{v^2}$ avec $u=3$, $v=2x+1$, $u'=0$ et $v'=2$

$j'(x)=2+\frac{-3\times2}{(2x+1)^2}=\frac{2(2x+1)^2-6}{(2x+1)^2}=\frac{2\left((2x+1)^2-\sqrt{3}^2\right)}{(2x+1)^2}=\frac{2(2x+1-\sqrt{3})(2x+1+\sqrt{3})}{(2x+1)^2}$

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$		$+\infty$
$(2x+1)^2$		+		+	0	+		+	
$2x+1-\sqrt{3}$		-		-		-	0	+	
$2x+1+\sqrt{3}$		-	0	+		+		+	
j'(x)		+	0	-	‖	-	0	+	
j(x)		↗	$-2\sqrt{3}+1$	↘	‖	↘	$2\sqrt{3}+1$	↗	

Correction : Entrainement n°2

Exercice 1 :

$d(x) = 17\sqrt{x} - 51x \qquad D_d = [0;+\infty[\qquad d'(x) = \frac{17}{2\sqrt{x}} - 51$

$g(t) = (3t+7)(5-4t)(3t)$
$g'(t) = [3(5-4t) + (3t+7)(-4)](3t) + (3t+7)(5-4t)3$
$= [15 - 12t - 12t - 28]3t + (15t - 12t^2 + 35 - 28t)3$
$= -39t - 72t^2 - 39t - 36t^2 + 105 = -108t^2 - 78t + 105$
Version alternative :
$g(t) = (3t+7)(5-4t)(3t) = (15t - 12t^2 + 35 - 28t)3t = -36t^3 - 39t^2 + 105t$
donc $g'(t) = -108t^2 - 78t + 105$

$k(\mu) = 4x - \frac{7}{\mu^2+1}$ Comme $\mu^2 + 1 > 0$ $D_k = \mathbb{R}$
On reconnait $\frac{u}{v} \to \frac{u'v-uv'}{v^2}$ avec $u = \mu^2+1$, $v = 7$, $u' = 2\mu$ et $v' = 0$
$k'(\mu) = \frac{14\mu}{(\mu^2+1)^2}$ attention x ici est une constante et non une variable

$l(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \qquad l'(x) = \frac{-1}{x^2} + \frac{-1}{(x+1)^2} + \frac{-1}{(x+2)^2}$

$n(x) = \frac{x-\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}}$ c'est un quotient de polynôme, donc c'est défini et dérivable du moment que le dénominateur est non nul $D_n = \mathbb{R} - \{-\sqrt{3}\}$
$n'(x) = \frac{(x+\sqrt{3})-(x-\sqrt{3})}{(x+\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{(x+\sqrt{3})^2}$

$s(o) = \frac{o^3-o^2+o}{o+1}$ c'est un quotient de polynôme, donc c'est défini et dérivable du moment que le dénominateur est non nul $D_0 = \mathbb{R} - \{-1\}$

$$s'(o) = \frac{(3o^2 - 2o + 1)(o+1) - (o^3 - o^2 + o)1}{(o+1)^2} = \frac{3o^3 + o^2 - o + 1 - o^3 + o^2 - o}{(o+1)^2}$$
$$= \frac{2o^3 + 2o^2 - 2o + 1}{(o+1)^2}$$

Exercice 2 :

$b(x) = x^3 - 3x + 2 \qquad b'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2-1) = 3(x-1)(x+1)$
$f(x) = x - 2 - \frac{4}{x+1} \qquad f'(x) = 1 - \frac{-4}{(x+1)^2} = 1 + \frac{4}{(x+1)^2}$
la dérivée est toujours positive sauf en -1 où elle n'existe pas.
$h(x) = 2x^4 - 8x^2 + 1$
$h'(x) = 8x^3 - 16x = 8x(x^2-2) = 8x(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$ au passage h est paire
$i(x) = \frac{2x-5}{x-3} \qquad i'(x) = \frac{2(x-3)-(2x-5)1}{(x-3)^2} = \frac{2x-6-2x+5}{(x-3)^2} = \frac{-1}{(x-3)^2}$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
3		+		+		+	
x-1		-		-	0	+	
1+x		-	0	+		+	
b'(x)		+	0	-	0	+	
b(x)		↗	4	↘	0	↗	

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$(x+1)^2$		+	0	+	
f'(x)		+	||	+	
f(x)		↗	||	↗	

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
8x		-		-	0	+		+	
$x-\sqrt{2}$		-		-		-	0	+	
$x+\sqrt{2}$		-	0	+		+		+	
$h'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$h(x)$		↘	-7	↗	1	↘	-7	↗	

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$(x-3)^2$		+	0	+	
i'(x)		-	||	-	
i(x)		↘	||	↘	