Fiche méthode

Pour s'en sortir au lycée il est impératif d'être capable de voir ce qui dans un cours est essentiel. En regardant les exercices corrigés on voit des méthodes être répétées encore et encore. Pour les retenir il faudra arriver à les expliquer en français. L'idéal est de rédiger à mesure qu'elles émergent un compte rendu de ces techniques et de les ranger dans une fiche méthode.

C'est un travail à faire par vous-même.

Second degré

Pour toute la suite de la fiche f sera une fonction polynôme du second degré c'est-à-dire qui a tout x réel associera le réel : $f(x) = ax^2 + bx + c$.
(a, b et c sont des coefficients réels)

Ecriture canonique : elle existe pour tous les trinômes, et elle est de la forme
$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = -\frac{b^2-4ac}{4a} = -\frac{\Delta}{4a} = f(\alpha)$
Elle sert pour déterminer la forme de la courbe, les coordonnées de son sommet, les variations, et dans certains cas le signe de la fonction (si a et β sont de même signe la fonction est aussi toujours de ce signe là.)

Propriété : Soit Δ le discriminant de la fonction trinôme $f(x) = ax^2 + bx + c$.
Si $\Delta < 0$: f n'a pas de racine réelle. Si $\Delta = 0$: f a une unique racine : $x_0 = \frac{-b}{2a}$.
Si $\Delta > 0$: f a deux racines distinctes : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Remarques : une racine d'une fonction f est une valeur où f s'annule.
Ce qui précède est transposable pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

Propriété : Si $\Delta > 0$ alors les racines de f admettent une somme $S = x_1 + x_2$ et un produit $P = x_1 x_2$ vérifiant : $S = -\frac{b}{a}$ et $P = \frac{c}{a}$.

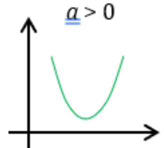
Méthode : Si on recherche les valeurs de δ et ε deux inconnues dont on connait le produit et la somme, alors on peut les voir comme des racines d'un polynôme $f(x) = (x-\delta)(x-\varepsilon)$ avec $f(x) = x^2 + bx + c$. On pourra trouver b et c avec la propriété précédente, puis cherchera les racines de f (qui donneront δ et ε)
Alternative : résoudre le système : (à la fin c'est une résolution d'une équation 2nd degré.)

$$\begin{cases}\delta + \varepsilon = S \\ \delta\ \varepsilon = P\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\delta = S - \varepsilon \\ (S-\varepsilon)\ \varepsilon = P\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\delta = S - \varepsilon \\ S\varepsilon - \varepsilon^2 = P\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\delta = S - \varepsilon \\ 0 = \varepsilon^2 - S\varepsilon + P\end{cases}$$

Propriété : Soit f une fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$. $\Delta = b^2 - 4ac$

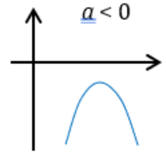
- Si $\Delta < 0$: f ne possède pas de racine. Donc f ne s'annule pas. Pas de factorisation.

$a > 0$



x	$-\infty$	$+\infty$
f	+	

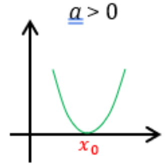
$a < 0$



x	$-\infty$	$+\infty$
f	−	

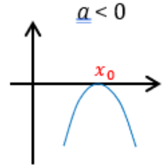
- Si $\Delta = 0$: f possède une unique racine x_0. Donc f s'annule en x_0. $f(x) = a(x-x_0)^2$

$a > 0$



x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
f		+	0	+	

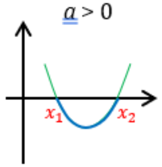
$a < 0$



x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
f		−	0	−	

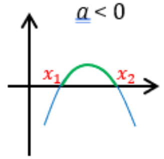
- Si $\Delta > 0$: f possède deux racines x_1 et x_2. Donc f s'annule en x_1 et x_2.
$f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$

$a > 0$



x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
f		+	0	−	0	+	

$a < 0$



x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
f		−	0	+	0	−	

Méthode : On peut être amené à résoudre des équations de la forme :
$\sqrt{2x-3}^2 - 7\sqrt{2x-3} + 4 = 0$ $\qquad 2x^4 + 8x^2 - 9 = 0$
qui doivent être ramenées avec des changements de variables à des équations du second degré comme $\begin{cases}X^2 - 7X + 4 = 0 \\ X = \sqrt{2x-3}\end{cases}$ ou $\begin{cases}2X^2 + 8X - 9 = 0 \\ X = x^2\end{cases}$.
D'abord on résoudra l'équation du second degré puis connaissant les valeurs de X on déduira celles de x