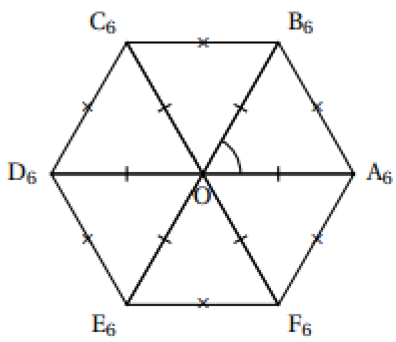
Devoir maison n°3 : trigonométrie

Pour le lundi 7 janvier

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$.
Pour tout entier $n > 4$, on considère P_n un polygone régulier à n côtés, de centre O et dont l'aire vaut 1.
On admet qu'un tel polygone est constitué de n triangles superposables à un triangle OA_nB_n donné, isocèle en O.
On note $r_n = OA_n$ la distance entre le centre O et le sommet A_n d'un tel polygone.

Partie A : étude du cas particulier $n = 6$
On a représenté ci-contre un polygone P_6.



1. Justifier le fait que le triangle OA_6B_6 est équilatéral, et que son aire est égale à $\frac{1}{6}$
2. Exprimer en fonction de r_6 la hauteur du triangle OA_6B_6 issue du sommetB_6.
3. En déduire que $r_6 = \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}}}$

Partie B : cas général avec $n > 4$
Dans cette partie, on considère le polygone P_n avec $n > 4$, construit de telle sorte que le point A_n soit situé sur l'axe réel, et ait pour abscisse r_n. On pose θ_n la mesure de $(\overrightarrow{OA_n};\overrightarrow{OB_n})$ dans l'intervalle $[0;2\pi]$.
1. Exprimer en fonction de r_n et θ_n la hauteur issue de B_n dans le triangle OA_nB_n puis établir que l'aire de ce triangle est égale à $\frac{r_n^2}{2}\ sin(\theta_n)$.
2. On rappelle que l'aire du polygone P_n est égale à 1. Donner, en fonction de n, une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OA_n};\overrightarrow{OB_n})$, puis démontrer que : $r_n = \sqrt{\frac{2}{n\ sin(\frac{2\pi}{n})}}$

Devoir maison n°4 : fonctions dérivées

Pour le lundi 14 janvier

Exercice 1

1) Rechercher sur internet les formules d'addition en trigonométrie, en déduire les expressions de $\cos(a+h)$ et de $\sin(a+h)$ en fonction de $\cos(a)$, $\sin(a)$, $\cos(h)$ et de $\sin(h)$
2) On admettra que $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\sin h}{h} = 1$et que $\lim\limits_{h\to 0}\frac{1-\cos h}{h} = 0$
   a. déterminer les taux de variations des fonctions cosinus et sinus en a,
   b. reformuler les en faisant apparaitre une ou deux des expressions dont les dérivées ont été données au début de la question.
   c. Après avoir cherché sur internet les formules des dérivées des fonctions $\sin x$ et $\cos x$. Retrouver les en utilisant les résultats de la question précédente.
   d. Déduire des dérivées du cosinus et du sinus celle de $\tan x$ sur $]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$
   e. Prouver sur cet intervalle que $\frac{1}{\cos^2 x} = 1+\tan^2 x$. Que peut-on en déduire ?

Exercice 2

En vous servant des formules trouvées à l'exercice précédent (vous pouvez les vérifier avec internet.) et de celles que vous avez vu en classe donner les dérivés des fonctions suivantes :

a. $f(x) = (2x+3)\cos x$
b. $g(x) = \frac{\sin x}{x+1}$ définie sur $]-1;+\infty[$
c. $h(x) = x^2\tan x$ définie sur $]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$
d. $i(x) = x\sqrt{x}$
e. $j(x) = \frac{2x}{3} - \frac{5}{7x}$
f. $k(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$ définie sur $]0;\pi[$