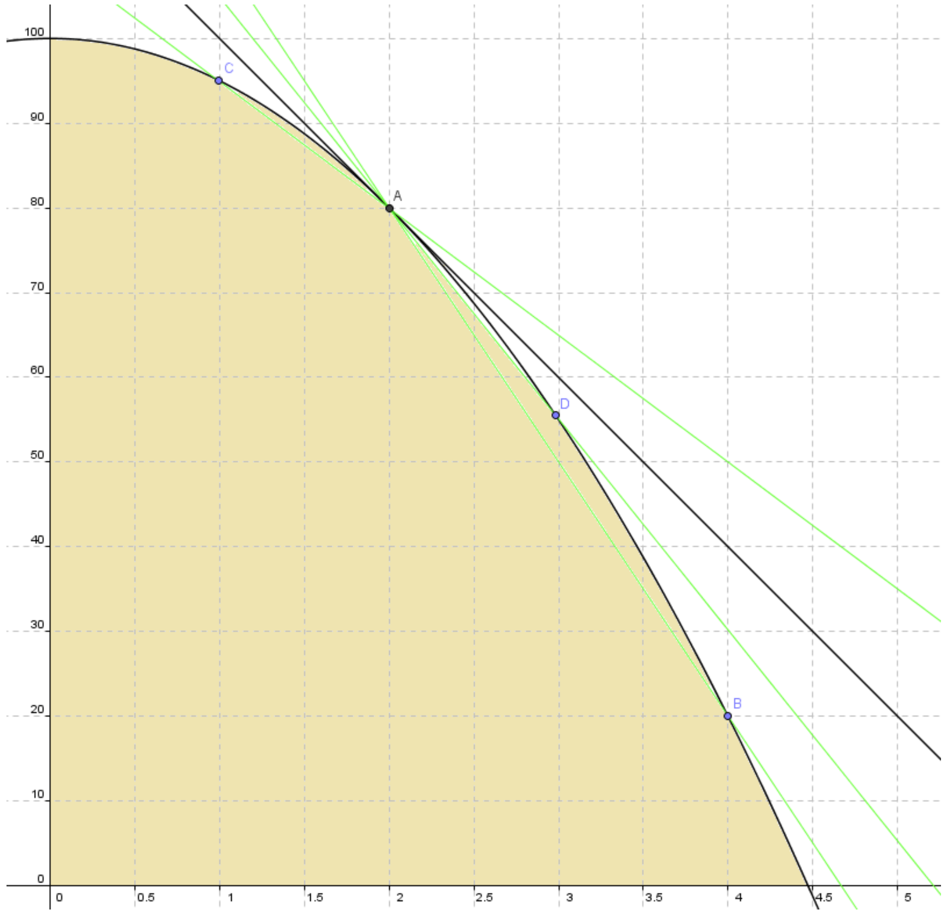
Activité

On lâche une bille d'une hauteur de 100m. On admettra que la hauteur (en mètres) de la bille est donnée en fonction du temps (en secondes) par la fonction A définie par : $A(x) = 100 - 5x^2$.
1°) Trace la courbe représentative de A (unités graphiques : 2cm pour 1 s, 1 cm pour 10m).
2°) D'après le graphique, au bout de combien de temps la bille arrive–t–elle au sol ?
Retrouve ce résultat par le calcul.
3°) Quelle est la vitesse moyenne de la bille entre le moment où on la lâche et son arrivée ?
On s'intéresse à la vitesse instantanée de la bille au bout de 2s.
4°) Calcule la vitesse moyenne de la bille entre 2s et 4s, puis entre 2s et 3s, puis entre 2s et 2,5s.
5°) Calcule la vitesse moyenne de la bille entre 2s et $(2+t)$s.
Que vaut cette vitesse si t tend vers 0 (t devient très petit) ?
On l'appelle vitesse instantanée de la bille au temps t=2s.
6°) Calcule de même la vitesse instantanée de la bille au temps t=4s.
On s'intéresse aux sécantes à la courbe au point d'abscisse 2.
7°) Trace en traits fins les sécantes à la courbe passant par les points d'abscisses 2 et 3, 2 et 4, puis 2 et 1.
8°) Trace maintenant la droite passant par le point de la courbe d'abscisse 2 et de coefficient directeur –20.
Que remarques–tu ?

Correction



On lâche une bille d'une hauteur de 100m. On admettra que la hauteur (en mètres) de la bille est donnée en fonction du temps (en secondes) par la fonction A définie par : A(x) = 100 – 5x^2.

1°) Trace la courbe représentative de A (unités graphiques : 2cm pour 1 s, 1 cm pour 10m).

2°) D'après le graphique, au bout de combien de temps la bille arrive–t–elle au sol ?

D'après le schéma on peut dire 4,5s

Retrouve ce résultat par le calcul.

On veut résoudre A(x) = 0 ⇔ 100 – 5x² = 0 ⇔ x² = 20

⇔ $x = \sqrt{20}\ ou - \sqrt{20}$ or le temps écoulé ne peut être que positif, on aura donc $x = \sqrt{20}$ et donc $x \approx 4{,}47$s

3°) Quelle est la vitesse moyenne de la bille entre le moment où on la lâche et son arrivée ?

La vitesse moyenne est donnée par $v = \frac{d}{t}$ et donc ici $v = \frac{100}{\sqrt{20}} = \frac{100}{2\sqrt{5}} = 10\sqrt{5} \approx 22{,}36\ m/s$

On s'intéresse à la vitesse instantanée de la bille au bout de 2s.

4°) Calcule la vitesse moyenne de la bille entre 2s et 4s, puis entre 2s et 3s, puis entre 2s et 2,5s.

<u>Entre 2s et 4s</u>

La vitesse étant donnée par $v = \frac{d}{t}$ on aurait ici $v = \frac{A(4)-A(2)}{4-2} = \frac{100-5\times4^2-(100-5\times2^2)}{2} = \frac{20-80}{2} = -60$ le moins vient du fait qu'on a pris en considération le sens du mouvement (la chute est une perte d'altitude)

<u>Entre 2s et 3s</u>

La vitesse étant donnée par $v = \frac{d}{t}$ on aurait ici $v = \frac{A(3)-A(2)}{3-2} = \frac{100-5\times3^2-(100-5\times2^2)}{1} = \frac{55-80}{1} = -25$

<u>Entre 2s et 2,5s</u>

La vitesse étant donnée par $v = \frac{d}{t}$ on aurait ici $v = \frac{A(2{,}5)-A(2)}{2{,}5-2} = \frac{100-5\times2{,}5^2-(100-5\times2^2)}{0{,}5} = \frac{68{,}75-80}{0{,}5} = -22{,}5$

5°) Calcule la vitesse moyenne de la bille entre 2s et (2+t)s.

On l'appelle vitesse instantanée de la bille au temps t=2s.

$$v = \frac{A(2+t)-A(2)}{2+t-2} = \frac{100-5\times(2+t)^2-(100-5\times2^2)}{t} = \frac{100-5\times4-5\times4t-5t^2-100+20}{t} = \frac{-20t-5t^2}{t} = -20-5t$$

Si t se rapproche de 0 alors -5t aussi et donc v se rapproche de -20 ,en t=2s la vitesse instantanée sera de -20m/s

6°) Calcule de même la vitesse instantanée de la bille au temps t=4s.

$$v = \frac{A(4+t)-A(4)}{4+t-4} = \frac{100-5\times(4+t)^2-(100-5\times4^2)}{t} = \frac{100-5\times16-5\times8t-5t^2-100+80}{t} = \frac{-80t-5t^2}{t} = -80-5t$$

7°) Trace en traits fins les sécantes à la courbe passant par les points d'abscisses 2 et 3, 2 et 4, puis 2 et 1.

8°) Trace maintenant la droite passant par le point de la courbe d'abscisse 2 et de coefficient directeur –20.

On remarque qu'elle est tangente à la parabole.