www.dimension-k.com

Devoir maison n°1

Exercice 1

Factoriser les expressions suivantes au maximum quand c'est possible.

$A = 16x^2 - 81$ $B = x^2 + 100$ $C = x^2 - 14x + 49$

$D = 100z^2 + 100z + 25$ $E = 4y^2 - 6y + 9$ $F = 7x^2 + 14x + 21$

$G = 10x^2 - 90x$ $H = 3x - 15 + 7x(x - 5)$ $I = (x - 3)^2 - (2x + 7)^2$

$J = (3x - 5)7 - 2x(5 - 3x)$ $K = (9x + 6)(4 - 3x) + (13x - 2)(3x - 4)$

Exercice 2

Résolvez les équations et inéquations suivantes sans utiliser de discriminant

a) $(3x + 5)(x - 7) = 0$ b) $(3x + 5)(x - 7) < 0$ c) $25x^2 - 169 = 0$

d) $9x^2 - 20 = 0$ e) $(5x + 7)^2 + 25 = 0$ f) $(7x - 8)^2 - 20 = 0$

g) $\frac{(3x-5)(x+8)}{2x-4} \geq 0$

Exercice 3

Soit f, g, et h les fonctions trinômes définie sur $\mathbb{R}$ respectivement par :

$f(x) = x^2 - x - 30$ $g(x) = \frac{x-4}{4} - \frac{x^2-2}{3} - x - 1 - \frac{7x}{12}$ et $h(x) = (2x - 3)(x^2 - 4x + 21)$

1) Ecrire la fonction g sous la forme d'un trinôme.
2) Est-ce que h est une fonction trinôme / du second degrès. (Justifier)
3) Chercher les racines de f et g
4) Chercher les solutions de $x^2 - 4x + 21 = 0$ en déduire les racines de h
5) Faire les tableaux de signe des trois fonctions

www.dimension-k.com

Devoir maison n°1

Exercice 1

Factoriser les expressions suivantes au maximum quand c'est possible.

$A = 16x^2 - 81$ $B = x^2 + 100$ $C = x^2 - 14x + 49$

$D = 100z^2 + 100z + 25$ $E = 4y^2 - 6y + 9$ $F = 7x^2 + 14x + 21$

$G = 10x^2 - 90x$ $H = 3x - 15 + 7x(x - 5)$ $I = (x - 3)^2 - (2x + 7)^2$

$J = (3x - 5)7 - 2x(5 - 3x)$ $K = (9x + 6)(4 - 3x) + (13x - 2)(3x - 4)$

Exercice 2

Résolvez les équations et inéquations suivantes sans utiliser de discriminant

a) $(3x + 5)(x - 7) = 0$ b) $(3x + 5)(x - 7) < 0$ c) $25x^2 - 169 = 0$

d) $9x^2 - 20 = 0$ e) $(5x + 7)^2 + 25 = 0$ f) $(7x - 8)^2 - 20 = 0$

g) $\frac{(3x-5)(x+8)}{2x-4} \geq 0$

Exercice 3

Soit f, g, et h les fonctions trinômes définie sur $\mathbb{R}$ respectivement par :

$f(x) = x^2 - x - 30$ $g(x) = \frac{x-4}{4} - \frac{x^2-2}{3} - x - 1 - \frac{7x}{12}$ et $h(x) = (2x - 3)(x^2 - 4x + 21)$

1) Ecrire la fonction g sous la forme d'un trinôme.
2) Est-ce que h est une fonction trinôme / du second degrès. (Justifier)
3) Chercher les racines de f et g
4) Chercher les solutions de $x^2 - 4x + 21 = 0$ en déduire les racines de h
5) Faire les tableaux de signe des trois fonctions

Devoir maison n°1

Exercice 1

Factoriser les expressions suivantes au maximum quand c'est possible.

$A = 16x^2 - 81$
$= (4x-9)(4x+9)$

$B = x^2 + 100$
non factorisable

$C = x^2 - 14x + 49$
$= (x-7)^2$

$D = 100z^2 + 100z + 25$
$= (10x+5)^2$

$E = 4y^2 - 6y \mp 9$
non factorisable

$F = 7x^2 + 14x + 21$
$= 7(x^2 + 2x + 3)$

$G = 10x^2 - 90x$
$= 10(x^2 - 9x)$
$= 10x(x-9)$

$H = 3x - 15 + 7x(x-5)$
$= 3(x-5) + 7x(x-5)$
$= (3+7x)(x-5)$

$I = (x-3)^2 - (2x+7)^2$
$= [(x-3)-(2x+7)][(x-3)+(2x+7)]$
$= [x-3-2x-7][x-3+2x+7]$
$= [-x-10][3x+4]$

$J = (3x-5)7 - 2x(5-3x)$
$= (3x-5)7 - 2x(-1)(3x-5)$
$= (3x-5)7 + 2x(3x-5)$
$= (3x-5)(7+2x)$

$K = (9x+6)(4-3x) + (13x-2)(3x-4)$
$= (9x+6)(4-3x) + (13x-2)(4-3x)(-1)$
$= (9x+6)(4-3x) + (-13x+2)(4-3x)$
$= (4-3x)[(9x+6)+(-13x+2)]$
$= (4-3x)[-4x+8] = (4-3x)4[-x+2]$

Exercice 2

Résolvez les équations et inéquations suivantes sans utiliser de discriminant

a) $(3x+5)(x-7) = 0$
$\Leftrightarrow 3x+5 = 0$ ou $x-7 = 0$
$\Leftrightarrow x = \frac{-5}{3}$ ou $x = 7$

b) $(3x+5)(x-7) < 0$
$3x+5$
$\Leftrightarrow x \geq -\frac{5}{3}$
$x-7$
$x \geq 7$

$S =]-\frac{5}{3}; 7[$ voir tableau de signe à côté de la question g)

c) $25x^2 - 169 = 0$
$\Leftrightarrow (5x)^2 - 13^2 = 0$
$\Leftrightarrow (5x-13)(5x+13) = 0$
$\Leftrightarrow 5x-13 = 0$ ou $5x+13 = 0$
$\Leftrightarrow x = \frac{13}{5}$ ou $x = -\frac{13}{5}$

d) $9x^2 - 20 = 0$
$\Leftrightarrow (3x)^2 - \sqrt{20}^2 = 0$
$\Leftrightarrow [3x-\sqrt{20}][3x+\sqrt{20}] = 0$
$\Leftrightarrow 3x-\sqrt{20} = 0 \; ou \; 3x+\sqrt{20} = 0$
$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{20}}{3}$ ou $x = \frac{-\sqrt{20}}{3}$

f) $(7x-8)^2 - 20 = 0$
$\Leftrightarrow (7x-8)^2 - \sqrt{20}^2 = 0$
$\Leftrightarrow [(7x-8)-\sqrt{20}][(7x-8)+\sqrt{20}] = 0$
$\Leftrightarrow [(7x-8)-\sqrt{20}] = 0 \; ou \; [(7x-8)+\sqrt{20}] = 0$
$\Leftrightarrow x = \frac{8+\sqrt{20}}{7}$ ou $x = \frac{8-\sqrt{20}}{7}$

e) $(5x+7)^2 + 25 = 0$
$\Leftrightarrow (5x+7)^2 = -25$
donc pas de solutions.

g) $\frac{(3x-5)(x+8)}{2x-4} \geq 0$
on a : $3x-5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5/3$
$x+8 \geq 0 \;\Leftrightarrow x \geq -8$
$2x-4 \geq 0 \;\Leftrightarrow x \geq 2$
Donc en posant $f(x) = \frac{(3x-5)(x+8)}{2x-4}$
S=$\left[-8;\frac{5}{3}\right] \cup]2;+\infty[$

x	$-\infty$		-8		$\frac{5}{3}$		2		$+\infty$
$3x-5$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+8$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2x-4$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

x	$-\infty$		$-\frac{5}{3}$		7		$+\infty$
$3x+5$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-7$		$-$		$-$	0	$+$	
$(3x+5)(x-7)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 3

Soit f, g, et h les fonctions trinômes définie sur $\mathbb{R}$ respectivement par :

$f(x) = x^2 - x - 30$ $\quad g(x) = \frac{x-4}{4} - \frac{x^2-2}{3} - x - 1 - \frac{7x}{12}$ $\quad$ et $\quad h(x) = (2x-3)(x^2-4x+21)$

1) Ecrire la fonction g sous la forme d'un trinôme.

$$g(x) = \frac{3x-12}{12} - \frac{4x^2-8}{12} - \frac{12x}{12} - \frac{12}{12} - \frac{7x}{12} = \frac{-4x^2-16x-16}{12} = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{4}{3}$$

2) Est-ce que h est une fonction trinôme / du second degrès. (Justifier)

$h(x) = (2x-3)(x^2-4x+21) = 2x^3 - 4x^2 + 42x - 3x^2 + 12x - 63$

$= 2x^3 - 7x^2 + 54x - 63$ c'est une fonction polynôme du troisième degré, donc ce n'est pas un trinôme.

3) Chercher les racines de f et g

Pour f

$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-30) = 121 = 11^2 > 0$ donc on aura deux solutions :

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-11}{2} = -5$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+11}{2} = 6$

Pour g

$\Delta = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) = 0$ donc on aura une solution unique : $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{-2}{3}} = -2$

4) Chercher les solutions de $x^2 - 4x + 21 = 0$ en déduire les racines de h

$x^2 - 4x + 21$ ici $a = 1$, $b = -4$ et $c = 21$ donc $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 21 = -68$

Donc le polynôme n'a pas de racine, il sera toujours du signe de a c'est-à-dire qu'il sera toujours positif

$h(x) = 0 \Leftrightarrow (2x-3)(x^2-4x+21) = 0 \Leftrightarrow (2x-3) = 0$ ou $x^2 - 4x + 21 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$

5) Faire les tableaux de signe des trois fonctions

x	$-\infty$		-5		6		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	0	+	

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g(x)$		−	0	−	

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$		−	0	+	
$x^2-4x+21$		+		+	
$h(x)$		−	0	+	