Polynômes du second degré : Activité de découverte

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

$x+3=0$
$x=-3$

$5x-75=0$
$5x=75$
$x=\frac{75}{5}$
$x=15$

$3x+7=9x-5$
$3x-9x=-5-7$
$-6x=-12$
$x=\frac{-12}{-6}$
$x=2$

$17x-5=11x+8$
$17x-11x=5+8$
$6x=13$
$x=\frac{13}{6}$

$(2x+7)(x-11)=0$
$2x+7=0$ ou $x-11=0$
$x=-\frac{7}{2}$ ou $x=11$

$x^2-9=0$
$x^2=9$
$x=3$ ou $x=-3$

$x^2+5=0$
$x^2=-5$
pas de solution

$x^2=13$
$x=\sqrt{13}$ ou $x=-\sqrt{13}$

$(x+3)^2-100=0$
$(x+3)^2=100$
$x+3=10$ ou $x+3=-10$
$x=7$ ou $x=-13$

$(2x+5)^2-20=0$
$(2x+5)^2=20$
$2x+5=\sqrt{20}$ ou $2x+5=-\sqrt{20}$
$x=\frac{-5+\sqrt{20}}{2}$ ou $x=\frac{-5-\sqrt{20}}{2}$

$(3x+5)^2=0$
$3x+5=0$
$x=-\frac{5}{3}$

$(x+7)^2+4=0$
$(x+7)^2=-4$
pas de solution

Exercice 2

Après avoir factorisé, résoudre les équations suivantes :

$2x(x+3)+x+3=0$
$2x(x+3)+1(x+3)=0$
$(2x+1)(x+3)=0$
$2x+1=0$ ou $x+3=0$
$x=-\frac{1}{2}$ ou $x=-3$

$(x-3)^2-(2x+5)^2=0$
$[(x-3)-(2x+5)][(x-3)+(2x+5)]=0$
$[x-3-2x-5][x-3+2x+5]=0$
$[-x-7][3x+2]=0$
$-x-7=0$ ou $3x+2=0$
$x=-7$ ou $x=-\frac{2}{3}$

$72x^2-24x+2=0$
$2(36x^2-12x+1)=0$
$2(6x-1)^2=0$
$6x-1=0$
$x=\frac{1}{6}$

$7(3x-1)^2=1-9x^2$
$7(3x-1)^2=(1-3x)(1+3x)$
$7(3x-1)^2-(1-3x)(1+3x)=0$
$7(1-3x)^2-(1-3x)(1+3x)=0$
$(1-3x)7(1-3x)-(1-3x)(1+3x)=0$
$(1-3x)[7(1-3x)-(1+3x)]=0$
$(1-3x)[7-21x-1-3x\,]=0$
$(1-3x)[6-24x\,]=0$
$(1-3x)=0$ ou $6-24x=0$
$x=\frac{1}{3}$ ou $x=\frac{1}{4}$

$50-2(2-3x)^2=0$
$2(25-(2-3x)^2)=0$
$(5^2-(2-3x)^2)=0$
$[5-(2-3x)][5+(2-3x)]=0$
$[3+3x][7-3x]=0$
$3+3x=0$ ou $7-3x=0$
$x=-1$ ou $x=\frac{7}{3}$

$x^2-x-3(x-1)=0$
$x(x-1)-3(x-1)=0$
$(x-3)(x-1)=0$
$x-3=0$ ou $x-1=0$
$x=3$ ou $x=1$

Exercice 3

Voir partie I du cours

Exercice 4

En utilisant une fenêtre standard, visualisez les fonctions suivantes, indiquez le nombre de solutions visible de $f(x)=0$ et leurs valeurs approchées si il y en a.

a) $f(x)=x^2+x-6$
b) $f(x)=x^2+x+6$
c) $f(x)=x^2+2x+1$
d) $f(x)=x^2+3x-4$
e) $f(x)=3x^2-5+9$
f) $f(x)=5x^2+1-3$

Exercice 5

Le discriminant d'un polynôme du second degré est donné par la formule suivante : $\Delta= b^2-4ac$. Il permet de déterminer le nombre de solution de l'équation $f(x)=0$

Si Δ est positif l'équation a deux solutions, s'il est nul l'équation aura une seule solution et s'il est négatif il n'y aura pas de solution.

1) En calculant les discriminants des polynômes de l'exercice 4, vérifiez le nombre de solutions déterminées graphiquement.

2) Prévoir le nombre de point d'intersections des courbes représentatives des fonctions suivantes avec l'axe des abscisses : $f(x) = 7x^2 - 42x - 14$ $g(x) = x^2 - 6x + 5$ $h(x) = x^2$ $i(x) = 2x^2 + 52x + 4$ $j(x) = 64x^2 - 160x + 100$ $k(x) = -3x^2 + 30x - 78$

Exercice 6

Donner sans calcul les solutions de l'équation $(x+5)(x-7) = 0$

1) en déduire un polynôme dont les racines sont 4 et 6, un autre dont les racines sont 8 et -9
2) en déduire un polynôme dont l'unique solution est 13 et un autre dont la seule solution est -3

Exercice 7

$f(x) = 7x^2 - 42x - 14 = 7(x^2 - 6x - 2) = 7(x^2 - 6x + 9 - 9 - 2) = 7\big((x^2 - 6x + 9) - 11\big) = 7[(x-3)^2 - 11]$

Cette forme est appelée la forme canonique. En vous inspirant de la méthode ci-dessus déterminer les formes canoniques des autres fonctions de l'exercice 4

Exercice 8

$f(x) = 7[(x-3)^2 - 11] = 7\left[(x-3)^2 - \sqrt{11}^2\right] = 7\big[(x-3) - \sqrt{11}\big]\big[(x-3) + \sqrt{11}\big] = 7\big[x - 3 - \sqrt{11}\big]\big[x - 3 + \sqrt{11}\big]$

f a donc pour racine $3 - \sqrt{11}$ et $3 + \sqrt{11}$ En vous inspirant de la méthode ci-dessus déterminer les racines s'il y en a pour les autres fonctions de l'exercice 4

Exercice 9

Le cours nous dira que :

Si le discriminant est positif alors le trinôme peut être factorisé en $a(x - x_1)(x - x_2)$ avec x_1 et x_2 les deux racines qui valent respectivement $\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

Si le discriminant est positif alors le trinôme peut être factorisé en $a(x - x_0)^2$ avec x_0 la racine double valant : $\frac{-b}{2a}$.

En développant les propositions du cours vérifiez leur véracité.