Polynômes du second degré : Activité de découverte

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

$x+3=0$ $\quad$ $5x-75=0$ $\quad$ $3x+7=9x-5$ $\quad$ $17x-5=11x+8$

$(2x+7)(x-11)=0$ $\quad$ $x^2-9=0$ $\quad$ $x^2+5=0$ $\quad$ $x^2=13$

$(x+3)^2-100=0$ $\quad$ $(2x+5)^2-20=0$ $\quad$ $(3x+5)^2=0$ $\quad$ $(x+7)^2+4=0$

Exercice 2

Après avoir factorisé, résoudre les équations suivantes : $2x(x+3)+x+3=0$ $\quad$ $(x-3)^2-(2x+5)^2=0$

$72x^2-24x+2=0$ $\quad$ $7(3x-1)^2=1-9x^2$ $\quad$ $50-2(2-3x)^2=0$ $\quad$ $x^2-x-3(x-1)=0$

Exercice 3

Sur votre calculatrice appuyez sur la touche $\boxed{\text{ZOOM}}$, choisissez la $6^{\text{ème}}$ option ZStandard, elle vous permet de fixer un repère allant de -10 à 10 sur les deux axes (on appellera ça une fenêtre standard). Appuyez sur la touche $\boxed{\text{Y=}}$ ou $\boxed{\text{f(x)=}}$ et rentrez 1x^2+x+1 à la première ligne. Vous venez de rentrer une fonction polynôme du second degré, ou encore fonction trinôme, c'est une fonction de la forme f(x)=ax²+bx+c.

1) Faites varier les valeurs de a (proposition -2 ;-1 ;-0,5 ;0,5 et 2 qu'observe-t-on ?
2) Faites varier les valeurs de c (proposition -3 ;-2 ;-1 ;0 et 2 qu'observe-t-on ?
3) Faites varier les valeurs de b (proposition -3 ;-2 ;-1 ;0 et 2 qu'observe-t-on ?

Exercice 4

En utilisant une fenêtre standard, visualisez les fonctions suivantes, indiquez le nombre de solutions visible de $f(x)=0$ et leurs valeurs approchées si il y en a.

a) $f(x)=x^2+x-6$ $\quad$ b) $f(x)=x^2+x+6$ $\quad$ c) $f(x)=x^2+2x+1$

d) $f(x)=x^2+3x-4$ $\quad$ e) $f(x)=3x^2-5+9$ $\quad$ f) $f(x)=5x^2+1-3$

Exercice 5

Le discriminant d'un polynôme du second degré est donné par la formule suivante : $\Delta= b^2-4ac$. Il permet de déterminer le nombre de solution de l'équation $f(x)=0$

Si Δ est positif l'équation a deux solutions, s'il est nul l'équation aura une seule solution et s'il est négatif il n'y aura pas de solution.

1) En calculant les discriminants des polynômes de l'exercice 4, vérifiez le nombre de solutions déterminées graphiquement.
2) Prévoir le nombre de point d'intersections des courbes représentatives des fonctions suivantes avec l'axe des abscisses : $f(x)=7x^2-42x-14$ $\quad$ $g(x)=x^2-6x+5$ $\quad$ $h(x)=x^2$ $\quad$ $i(x)=2x^2+52x+4$
   $j(x)=64x^2-160x+100$ $\quad$ $k(x)=-3x^2+30x-78$

Exercice 6

Donner sans calcul les solutions de l'équation $(x+5)(x-7)=0$

1) en déduire un polynôme dont les racines sont 4 et 6, un autre dont les racines sont 8 et -9
2) en déduire un polynôme dont l'unique solution est 13 et un autre dont la seule solution est -3

Exercice 7

$f(x)=7x^2-42x-14=7(x^2-6x-2)=7(x^2-6x+9-9-2)=7\big((x^2-6x+9)-11\big)=7[(x-3)^2-11]$

Cette forme est appelée la forme canonique. En vous inspirant de la méthode ci-dessus déterminer les formes canoniques des autres fonctions de l'exercice 4

Exercice 8

$f(x)=7[(x-3)^2-11]=7\left[(x-3)^2-\sqrt{11}^2\right]=7\big[(x-3)-\sqrt{11}\big]\big[(x-3)+\sqrt{11}\big]=7\big[x-3-\sqrt{11}\big]\big[x-3+\sqrt{11}\big]$

f a donc pour racine $3-\sqrt{11}$ et $3+\sqrt{11}$ En vous inspirant de la méthode ci-dessus déterminer les racines s'il y en a pour les autres fonctions de l'exercice 4

Exercice 9

Le cours nous dira que :

Si le discriminant est positif alors le trinôme peut être factorisé en $a(x-x_1)(x-x_2)$ avec x_1 et x_2 les deux racines qui valent respectivement $\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

Si le discriminant est positif alors le trinôme peut être factorisé en $a(x-x_0)^2$ avec x_0 la racine double valant : $\frac{-b}{2a}$.

En développant les propositions du cours vérifiez leur véracité.