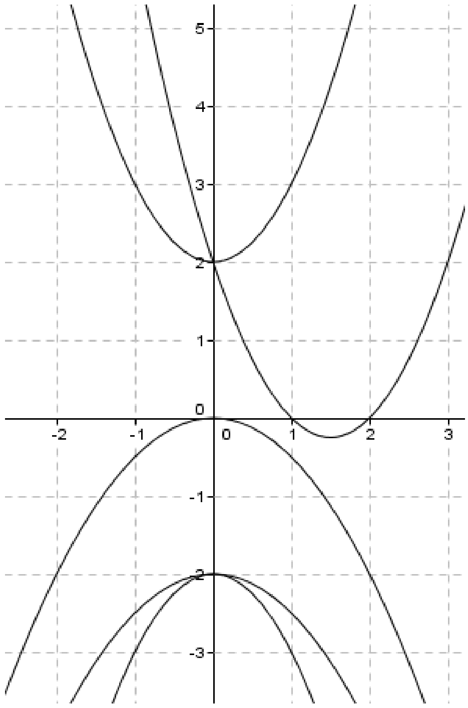
Nom & prénom : ……………………………………………………………………..   www.dimension-k.com

Contrôle : 2nd degré (sujet A)



Exercice 1

Dans la figure ci contre on a représenté 5 fonctions :

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$
$$h(x) = -0{,}5x^2$$
$$j(x) = -x^2 - 2$$
$$k(x) = x^2 + 2$$
$$l(x) = -0{,}5x^2 - 2$$

Vous indiquerez sur la figure ci contre le nom de chacune des courbes : C_f, C_h, …

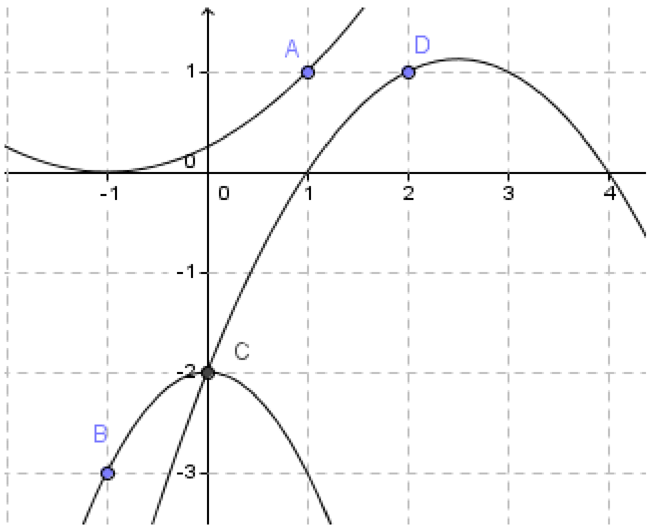
Vous justifierez vos choix sur votre copie double

Exercice 2

Soit deux fonctions f et g définies sur R par l'association à tout réel x respectivement des réels :
$f(x) = 5x^2 - 3x + 7$ et $g(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 7$.

1) dériver les deux fonctions
2) étudier les signes de f' et en déduire le tableau des variations de f.
3) prouver que $g'(x) = 3(x - 5)(x - 1)$
4) étudier le signe de g' et en déduire le tableau des variations de g.

Exercice 3



Soit f, g et h trois fonctions polynôme du second degré. Elles sont représentées sur la courbe ci contre.
C_f passe par A(1 ;1), C_g passe par B(-1 ;-3) et C_h passe par $D(2\,;1)$

Donner deux des trois fonctions sous forme factorisée et puis sous forme développée.

Exercice 4

Soit f définie par $f(x) = 2x^2 - 20x + 48$

1) Résoudre $f(x) = 48$
2) En déduire l'équation de l'axe de symétrie
3) Prouver que 6 est une racine de f. En déduire l'autre racine.

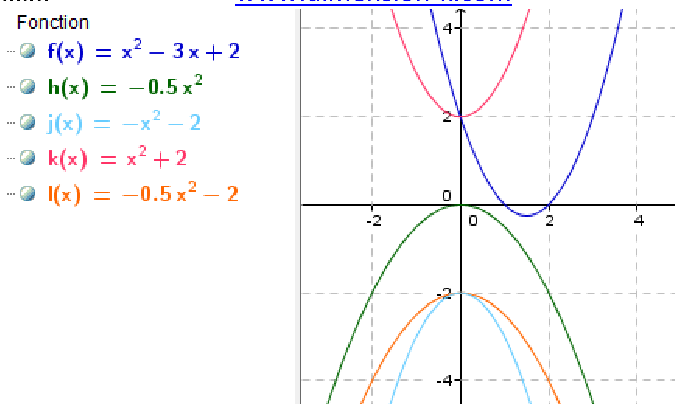
Exercice 5

Soit f la fonction qui a tout réel x associe le $f(x) = 3(x - 4)(x + 2)$

1) Donner l'équation de l'axe de symétrie
2) En déduire le tableau de variations de f

Nom & prénom : …………………………………………………………………… www.dimension-k.com

Correction



Exercice 1

On envisagera toutes les fonctions représentées comme étant de la forme $ax^2 + bx + c$
On a deux paraboles en cuvettes (a>0), une qui est centrée sur l'axe des ordonnées (b=0) et une qui ne l'est pas ($b \neq 0$) du coup la cuvette la plus haute sera C_k et la cuvette à droite sera C_f
On a trois paraboles collines (a<0), toutes les trois centrées sur l'axe des ordonnées (b=0) , une qui passe par l'origine (c=0) ça sera C_h et pour les deux autres elles tapent l'axe des ordonnées en -2 donc $c = -2$, une est plus resserée donc a pris sans son signe est plus grand ça sera C_j et l'autre plus large aura un a plus proche de 0, ça sera C_l.

Exercice 2

Soit deux fonctions f et g définies sur R par l'association à tout réel x respectivement des réels $f(x) = 5x^2 - 3x + 7$ et $g(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 7$.
1) $f'(x) = 10x - 3$ et $g'(x) = 3x^2 - 18x + 15$
2) étudier les signes de f' et en déduire le tableau des variations de f.
3) prouver que $3(x-5)(x-1) = 3(x^2 - x - 5x + 5) = 3x^2 - 18x + 15$
4) étudier le signe de g' et en déduire le tableau des variations de f.

Exercice 3

Pour la fonction f elle a une racine double en -1 donc $f(x) = a\big(x - (-1)\big)^2$
De plus C_f passe par A(1 ;1) et donc :
$f(1) = 1 \Leftrightarrow a(1+1)^2 = 1 \Leftrightarrow 4a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$ ainsi $f(x) = \frac{1}{4}(x+1)^2$
Pour la fonction g elle n'a pas de racine donc on va plutôt utiliser la forme $g(x) = ax^2 + bx + c$
Comme sa courbe admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie $b = 0$ et comme elle coupe l'axe en y=-2 on aura : $c = -2$. De plus la courbe passe par $B(-1; -3)$ et donc $g(-1) = -3$
$\Leftrightarrow a(-1)^2 - 2 = -3 \Leftrightarrow a = -3 + 2$ donc $a = -1$ et $g(x) = -x^2 - 2$
La fonction h admet 1 et 4 comme racine donc elle est de la forme $h(x) = a(x-1)(x-4)$ de plus sa courbe passe par $D(2; 1)$ et donc :
$h(2) = 1 \Leftrightarrow a(2-1)(2-4) = 1 \Leftrightarrow -2a = 1 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$ et donc $h(x) = -\frac{1}{2}(x-1)(x-4)$

Exercice 4

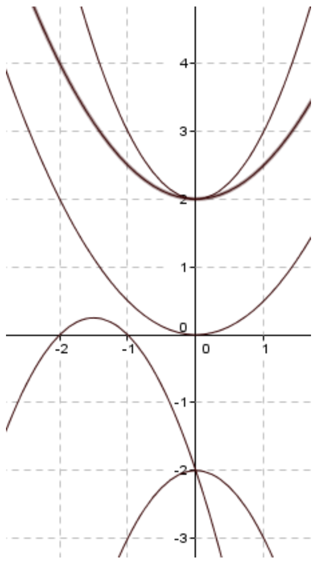
1) $f(x) = 105 \Leftrightarrow 2x^2 - 20x + 48 = 48 \Leftrightarrow 2x^2 - 20x = 0 \Leftrightarrow x(2x - 20) = 0$
   $\Leftrightarrow x = 0$ ou $2x - 20 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $2x = 20 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 10$
2) $\frac{0+10}{2} = 5$ donc l'axe de symétrie a pour équation $x = 5$
3) $f(6) = 2 \times 6^2 - 20 \times 6 + 48 = 72 - 120 + 48 = 0$
   Les racines étant symétriques par rapport à $x = 5$ on aura $\frac{6+x}{2} = 5 \Leftrightarrow 6 + x = 10 \Leftrightarrow x = 4$

Exercice 5

Soit f la fonction qui a tout réel x associe le $f(x) = 3(x-4)(x+2)$
1) La moyenne des racines est $\frac{4+(-2)}{2} = 1$ donc la fonction admet $x = 1$ comme axe de symétrie.
2) a>0 donc f est décroissante puis croissante et le minimum est atteint en 1 et vaut $f(1) = -27$

Nom & prénom : ………………………………………………………………….. www.dimension-k.com

Contrôle : 2^{nd} degré (sujet B)



Exercice 1

Dans la figure ci contre on a représenté 5 fonctions :

$f(x) = -x^2 - 3x - 2$

$h(x) = 0{,}5x^2$

$j(x) = x^2 + 2$

$k(x) = -x^2 - 2$

$l(x) = 0{,}5x^2 + 2$

Vous indiquerez sur la figure ci contre le nom de chacune des courbes : C_f, C_h, …

Vous justifierez vos choix sur votre copie double

Exercice 2

Soit deux fonctions f et g définies sur R par l'association à tout réel x respectivement des réels $f(x) = 5x^2 - 3x + 7$ et $g(x) = -2x^3 - 6x^2 + 48x + 11$.

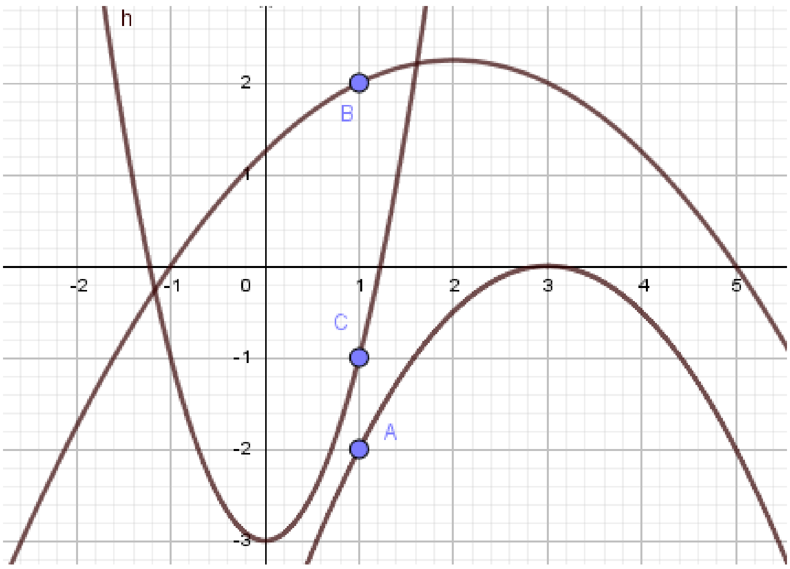
1) dériver les deux fonctions

2) étudier les signes de f' et en déduire le tableau des variations de f.

3) prouver que $g'(x) = -6(x-2)(x+4)$

4) étudier le signe de g' et en déduire le tableau des variations de g.

Exercice 3



Soit f, g et h trois fonctions polynôme du second degré. Elles sont représentées sur la courbe ci contre.

C_f passe par A(1 ;-2),

C_g passe par B(1 ;2)

C_h passe par $C(-1;1)$

Donner deux des trois fonctions sous forme factorisée et puis sous forme développée.

Exercice 4

Soit f définie par $f(x) = -3x^2 + 6x + 105$

1) Résoudre $f(x) = 105$
2) En déduire l'équation de l'axe de symétrie.
3) Prouver que 7 est une racine de f. En déduire l'autre racine.

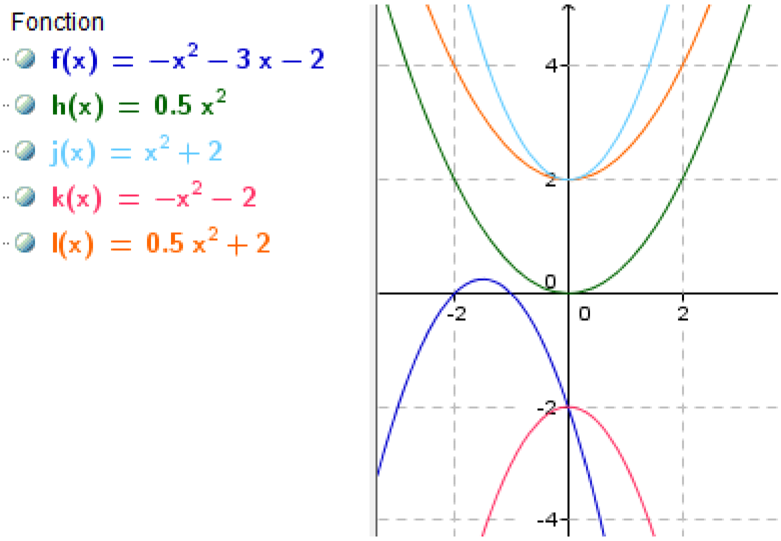
Exercice 5

Soit f la fonction qui a tout réel x associe le $f(x) = -3(x+5)(x-1)$

1) Donner l'équation de l'axe de symétrie
2) En déduire le tableau de variations de f

Nom & prénom : …………………………………………………………………….. www.dimension-k.com

Correction



Exercice 1

On envisagera toutes les fonctions représentées comme étant de la forme $ax^2 + bx + c$

On a deux paraboles en collines (a<0), une qui est centrée sur l'axe des ordonnées (b=0) et une qui ne l'est pas ($b \neq 0$) du coup la colline la plus basse sera C_k et la cuvette à droite sera C_f

On a trois paraboles cuvettes (a<0), toutes les trois centrées sur l'axe des ordonnées (b=0) , une qui passe par l'origine (c=0) ça sera C_h et pour les deux autres elles tapent l'axe des ordonnées en -2 donc $c = -2$, une est plus resserée donc a pris sans son signe est plus grand et cette cuvette sera C_j. L'autre plus large aura un a plus proche de 0, ça sera C_l.

Exercice 2

Soit deux fonctions f et g définies sur R par l'association à tout réel x respectivement des réels $f(x) = 5x^2 - 3x + 7$ et $g(x) = -2x^3 - 6x^2 + 48x + 11$.

1) $f'(x) = 10x - 3$ et $g'(x) = -2 \times 3x^2 - 6 \times 2x + 48 = -6x^2 - 12x + 48$

2) étudier les signes de f' et en déduire le tableau des variations de f.

3) prouver que $-6(x-2)(x+4) = -6(x^2 + 4x - 2x - 8) = -6x^2 - 12x + 48$

4) étudier le signe de g' et en déduire le tableau des variations de f.

Exercice 3

Pour la fonction f elle a une racine double en 3 donc $f(x) = a(x-3)^2$

De plus C_f passe par A(1 ;-2) et donc :

$f(1) = -2 \Leftrightarrow a(1-3)^2 = -2 \Leftrightarrow 4a = -2 \Leftrightarrow a = \frac{-2}{4}$ ainsi $f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)^2$

La fonction g admet -1 et 5 comme racine donc elle est de la forme $g(x) = a\big(x - (-1)\big)(x-5)$ de plus sa courbe passe par $B(1; 2)$ et donc :

$g(1) = 2 \Leftrightarrow a(1+1)(1-5) = 2 \Leftrightarrow -8a = 2 \Leftrightarrow a = -\frac{2}{8}$ et donc $g(x) = -\frac{1}{4}(x+1)(x-5)$

Pour la fonction h elle n'a pas de racine lisible donc on va plutôt utiliser la forme $h(x) = ax^2 + bx + c$

Comme sa courbe admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie $b = 0$ et comme elle coupe l'axe en $y = -2$ on aura : $c = -3$. De plus la courbe passe par $C(1; -1)$ et donc $h(1) = -1$

$\Leftrightarrow a(1)^2 - 3 = -1 \Leftrightarrow a = 3 - 1$ donc $a = 2$ et $h(x) = 2x^2 - 3$

Exercice 4

4) $f(x) = 105 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x + 105 = 105 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x(-3x+6) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $-3x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $-3x = -6 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$

5) $\frac{0+2}{2} = 1$ donc l'axe de symétrie a pour équation $x = 1$

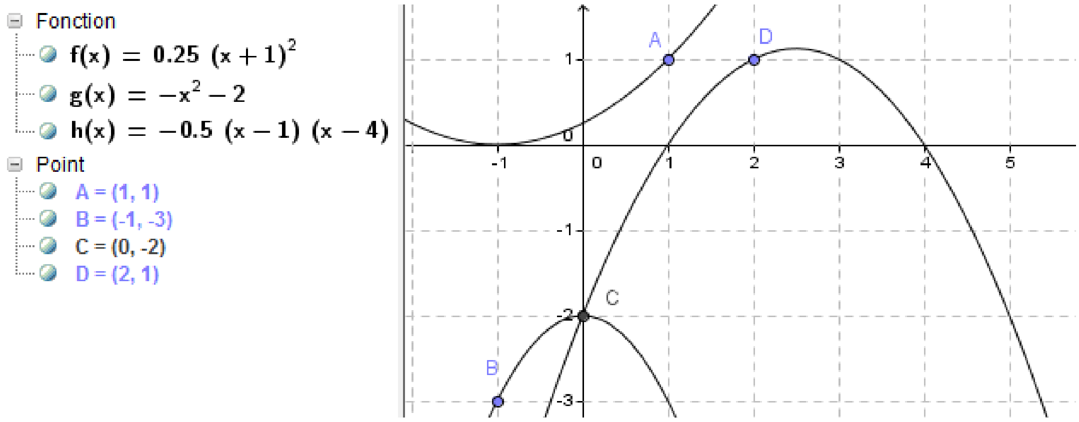
6) $f(7) = -3 \times 7^2 + 6 \times 7 + 105 = -147 + 42 + 105 = 0$
Les racines étant symétriques par rapport à $x = 1$ on aura $\frac{7+x}{2} = 1 \Leftrightarrow 7 + x = 2 \Leftrightarrow x = -5$

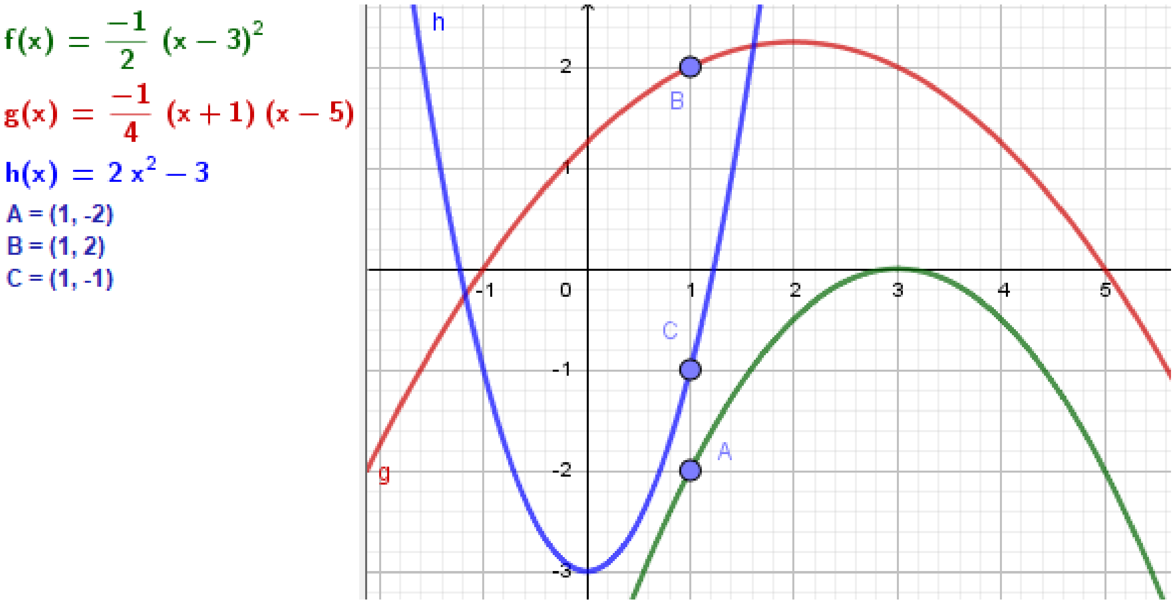
Exercice 5

Soit f la fonction qui a tout réel x associe le $f(x) = -3(x+5)(x-1)$

1) La moyenne des racines est $\frac{-5+1}{2} = -2$ donc la fonction admet $x = -2$ comme axe de symétrie.
2) a<0 donc f est croissante puis décroissante et le maximum est atteint en 1 et vaut $f(-2) = 27$

Nom & prénom : …………………………………………………………………………… www.dimension-k.com





Résoudre trois des équations suivantes :

$x^2 - 3 = 0$

$(x-3)^2 = 25$

$(3x+7)^2 = -7$

$(7x+5)^2 = 0$

$\underline{x^2 - 3 = 0} \Leftrightarrow x^2 - \sqrt{3}^2 = 0 \Leftrightarrow (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow x - \sqrt{3} = 0$ ou $x + \sqrt{3} = 0$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$

$\underline{(x-3)^2 = 25} \Leftrightarrow (x-3)^2 - \sqrt{25}^2 = 0 \Leftrightarrow \big((x-3)-5\big)\big((x-3)+5\big) = 0$

$\Leftrightarrow x - 8 = 0$ ou $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 8$ ou $x = -2$

$\underline{(3x+7)^2 = -7}$ un carré ne pouvant être négatif cette équation n'a pas de solution.

$\underline{(7x+5)^2 = 0} \Leftrightarrow (7x+5)(7x+5) = 0 \Leftrightarrow 7x + 5 = 0$ ou $7x + 5 = 0 \Leftrightarrow 7x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{7}$

Sujet B

Résoudre trois des équations suivantes :

$x^2 = 7$	$(x+8)^2 - 49 = 0$
$(3x+7)^2 = 0$	$(7x+5)^2 = -8$

Nom & prénom : …………………………………………………………………….. www.dimension-k.com

$\underline{x^2 - 7 = 0} \Leftrightarrow x^2 - \sqrt{7}^2 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7}) = 0 \Leftrightarrow x - \sqrt{7} = 0$ ou $x + \sqrt{7} = 0$
$\Leftrightarrow x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$

$\underline{(x+8)^2 = 49} \Leftrightarrow (x+8)^2 - \sqrt{49}^2 = 0 \Leftrightarrow ((x+8) - 7)((x+8) + 7) = 0$
$\Leftrightarrow x + 1 = 0$ ou $x + 15 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = -15$

$\underline{(3x+7)^2 = 0} \Leftrightarrow (3x+7)(3x+7) = 0 \Leftrightarrow 3x + 7 = 0$ ou $3x + 7 = 0 \Leftrightarrow 3x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{3}$

$\underline{(7x+5)^2 = -8}$ un carré ne pouvant être négatif cette équation n'a pas de solution.