Contrôle n°7

Exercice 1

$z_A = 2 - 3i$ $z_B = 5 + 4i$

$z_C = -3 + 4i$ $z_D = -6 - i$

Effectuez les calculs suivants :

1) $z_C + z_D$ 2) $z_A - z_B$ 3) $z_A \times z_D$ 4) $\frac{z_C}{z_B}$

Exercice 2

1) sachant que $\cos x = -0{,}6$ et $x \in]\pi, 2\pi]$ déterminer $\sin x$.

2) sachant que $\sin x = \frac{1}{2}$ et $x \in]-\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{\pi}{2}]$ déterminer $\cos x$.

Exercice 3

Compléter le tableau ci-dessous. Il faudra justifier les calculs pour z_A, z_C et z_D

	Forme algébrique	*Forme trigonométrique*	*Forme trigonométrique simplifiée*
z_A	-13		
z_B			$\left[11; \frac{3\pi}{2}\right]$
z_C	$8 - 8i$		
z_D		$7\left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right)$	
z_E			$\left[3; \frac{2\pi}{3}\right]$

Exercice 4

Soient A, B et C les points d'affixe $z_A = -1 + i$, $z_B = 1 + 5i$ et $z_C = 5 + 3i$.

1) tracer dans un repère les trois points.
2) conjecturer la nature du triangle ABC.
3) Donner z_I l'affixe de I le milieu de [AC].
4) Déterminer les longueurs AB, AC et BC.
5) vérifier votre conjecture.

www.dimension-k.com

Contrôle n°7

Exercice 1

$z_A = 2 - 3i$ $z_B = 5 + 4i$

$z_C = -3 + 4i$ $z_D = -6 - i$

Effectuez les calculs suivants :

1) $z_C + z_D$ 2) $z_A - z_B$ 3) $z_A \times z_D$ 4) $\frac{z_C}{z_B}$

Exercice 2

1) sachant que $\cos x = -0{,}6$ et $x \in]\pi, 2\pi]$ déterminer $\sin x$.

2) sachant que $\sin x = \frac{1}{2}$ et $x \in]-\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{\pi}{2}]$ déterminer $\cos x$.

Exercice 3

Compléter le tableau ci-dessous. Il faudra justifier les calculs pour z_A, z_C et z_D

	Forme algébrique	*Forme trigonométrique*	*Forme trigonométrique s implifiée*
z_A	-13		
z_B			$\left[11; \frac{3\pi}{2}\right]$
z_C	$8 - 8i$		
z_D		$7\left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right)$	
z_E			$\left[3; \frac{2\pi}{3}\right]$

Exercice 4

Soient A, B et C les points d'affixe $z_A = -1 + i$, $z_B = 1 + 5i$ et $z_C = 5 + 3i$.

1) tracer dans un repère les trois points.
2) conjecturer la nature du triangle ABC.
3) Donner z_I l'affixe de I le milieu de [AC].
4) Déterminer les longueurs AB, AC et BC.
5) vérifier votre conjecture.

Contrôle n°7

Exercice 1

$z_A = 2 - 3i$ $\quad$ $z_B = 5 + 4i$ $\quad$ $z_C = -3 + 4i$ $\quad$ $z_D = -6 - i$

Effectuez les calculs suivants :

1) $z_C + z_D = -3 + 4i - 6 - i = -9 + 3i$

2) $z_A - z_B = 2 - 3i - 5 - 4i = -3 - 7i$

3) $z_A \times z_D = (2 - 3i)(-6 - i) = -12 - 2i + 18i - 3 = -15 + 16i$

4) $\frac{z_C}{z_B} = \frac{-3+4i}{5+4i} = \frac{(-3+4i)(5-4i)}{(5+4i)(5-4i)} = \frac{-15+12i+20i+16}{25+16} = \frac{1+32i}{41}$

Exercice 2

1) sachant que $\cos x = -0{,}6$ et $x \in]\pi, 2\pi]$ déterminer $\sin x$.

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 - (-0{,}6)^2 \Leftrightarrow \sin^2 x = 0{,}64$

$\Leftrightarrow \sin x = \sqrt{0{,}64}$ ou $\sin x = -\sqrt{0{,}64}$ or $x \in]\pi, 2\pi]$ donc le sinus est négatif donc $\sin x = -0{,}8$

2) sachant que $\sin x = \frac{1}{2}$ et $x \in]-\pi/2\,;\ \pi/2]$ déterminer $\cos x$

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 - (0{,}5)^2 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0{,}75$

$\Leftrightarrow \cos x = \sqrt{0{,}75}$ ou $\cos x = -\sqrt{0{,}75}$ or $x \in]-\pi/2\,;\ \pi/2]$ donc le cosinus est positif donc $\cos x = \sqrt{0{,}75}$

Exercice 3

$|z_A| = \sqrt{(-13)^2 + 0^2} = 13$

$\begin{cases} \cos\theta_A = \frac{-13}{13} = -1 \\ \sin\theta_A = 0 \end{cases}$ donc $\theta_C = \pi + 2k\pi$

$|z_C| = \sqrt{8^2 + (-8)^2} = \sqrt{8^2 \times 2} = 8\sqrt{2}$

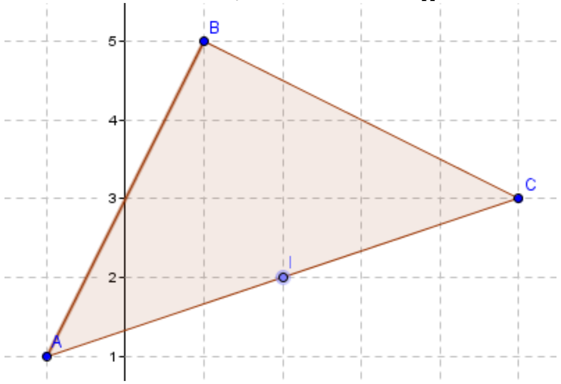
$\begin{cases} \cos\theta_C = \frac{8}{8\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\theta_C = \frac{-8}{8\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ donc $\theta_C = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$

$z_D = 7\left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right) = 7\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right) = -\frac{7\sqrt{3}}{2} - i\frac{7}{2}$

Forme algébrique	*Forme trigonométrique*	*Forme trigonométrique simplifiée*
-13	$13(\cos\pi + i\sin\pi)$	$[13;\pi]$
$-11i$	$11\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$	$\left[11;\frac{3\pi}{2}\right]$
$8 - 8i$	$8\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$	$[8\sqrt{2};-\frac{\pi}{4}]$
$-\frac{7\sqrt{3}}{2} - i\frac{7}{2}$	$7\left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right)$	$\left[7;\frac{5\pi}{6}\right]$
$\frac{-3}{2} + i\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$3\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$	$\left[3;\frac{2\pi}{3}\right]$

Exercice 4

Soient A, B et C les points d'affixe $z_A = -1 + i$, $z_B = 1 + 5i$ et $z_C = 5 + 3i$.



2) Le triangle semble rectangle et isocèle en B

3) Donner z_I l'affixe de I le milieu de [AC].

$$z_I = \frac{z_A + z_C}{2} = \frac{= -1 + i + 5 + 3i}{2} = \frac{4 + 4i}{2} = 2 + 2i$$

4) $AB = \sqrt{\left(1 - (-1)\right)^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$CB = \sqrt{(1 - 5)^2 + (5 - 3)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$CA = \sqrt{((-1) - 5)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

5) vérifier votre conjecture.

On a $AB = CB$ donc le triangle est isocèle en B de plus $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d'après la réciproque tu théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B