Correction du devoir maison : produits scalaires

Exercice 95P207

1) Dans le triangle ABD, le théorème d'AL-Kashi nous donne :

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2\,BD\,AB\cos(\widehat{ABD})$$

$\Leftrightarrow 2\,BD\,AB\cos(\widehat{ABD}) = AB^2 + BD^2 - AD^2$

$\Leftrightarrow \cos(\widehat{ABD}) = \frac{AB^2+BD^2-AD^2}{2\,BD\,AB} \Leftrightarrow \widehat{ABD} = \cos^{-1}\left(\frac{AB^2+BD^2-AD^2}{2\,BD\,AB}\right)$

$\Leftrightarrow \widehat{ABD} = \cos^{-1}\left(\frac{350^2+500^2-263{,}4^2}{2\times500\times350}\right) \Leftrightarrow \widehat{ABD} = \cos^{-1}\left(\frac{303\,120{,}44}{350\,000}\right)$

Donc $\widehat{ABD} \approx 29{,}996 \approx 30°$

2) dans BDC la somme des angles d'un triangle valant 180° , on aura $\widehat{CBD} = 180 - 90 - 20 = 70°$

Les angles $\widehat{CBD}$ et $\widehat{ABD}$ étant adjacents on aura $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{CBD} \approx 30 + 70 = 100°$

Dans ACB le théorème d'Alkashi nous donne :

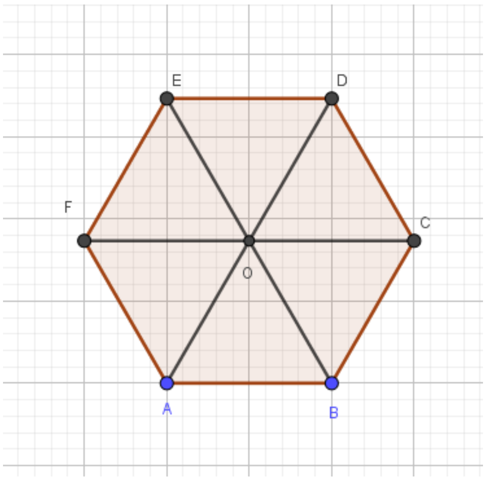
$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times AC \times \cos(\widehat{ABC}) \approx 350^2 + 172{,}2^2 - 2 \times 350 \times 172{,}2 \times \cos(100)$

$\approx 152152{,}84 - 120540 \times \cos(100)$ et donnc $AC \approx \sqrt{152152{,}84 - 120540 \times \cos(100)} \approx 416m$

3) l'aire de ACD est $S' = \frac{BC\times CD}{2} = \frac{172{,}2\times500\cos(20)}{2} \approx 40\,454m^2$

L'aire de ABD est $S = \frac{1}{2}AB \times DB \times \sin\widehat{ABD} \approx \frac{1}{2}350 \times 500 \times \sin(30) \approx \frac{1}{2}350 \times 500 \times \frac{1}{2} \approx 43\,745m^2$

L'aire totale du terrain vaudra donc environ : $40\,454 + 43\,745 \approx 84\,199\,m^2$



Exercice 97P207

1) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ et de la même manière

$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$ donc

$\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD})$

$= \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CD}$

$= \|\overrightarrow{BA}\|\|\overrightarrow{BC}\|\cos(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}) + \|\overrightarrow{BA}\|\|\overrightarrow{CD}\|\cos(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CD}) +$
$\|\overrightarrow{AD}\|\|\overrightarrow{BC}\|\cos(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BC}) + \|\overrightarrow{AD}\|\|\overrightarrow{CD}\|\cos(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{CD})$

$= 4\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + 4\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 4\cos(0) + 4\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$= 4\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 4 \times 1 + 4 \times \frac{1}{2}$

$= 4\cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 4 \times \frac{1}{2} + 4 + 2$

$= -4\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 2 + 6 = -4\frac{1}{2} + 2 + 6 = 6$

2) $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{OD}$ et de la même manière $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OE}$ donc $\overrightarrow{FD}.\overrightarrow{CE} = (\overrightarrow{FO} + \overrightarrow{OD})(\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OE})$

$= \overrightarrow{FO}.\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{FO}.\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OD}.\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OD}.\overrightarrow{OE}$

$= \|\overrightarrow{FO}\|\|\overrightarrow{CO}\|\cos(\overrightarrow{FO},\overrightarrow{CO}) + \|\overrightarrow{FO}\|\|\overrightarrow{OE}\|\cos(\overrightarrow{FO},\overrightarrow{OE}) + \|\overrightarrow{OD}\|\|\overrightarrow{CO}\|\cos(\overrightarrow{OD},\overrightarrow{CO}) + \|\overrightarrow{OD}\|\|\overrightarrow{OE}\|\cos(\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OE})$

$= 4\cos(\pi) + 4\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 4(-1) + 4 \times \frac{-1}{2} + 4 \times \frac{-1}{2} + 4 \times \frac{1}{2} = -6$

Exercice 98P207

1. $W_{\overrightarrow{AB}}(\vec{P}) = \overrightarrow{AB}.\vec{P} = \|\overrightarrow{AB}\|\|\vec{P}\|\cos(\overrightarrow{AB},\vec{P}) = 40 \times (m9{,}8)\cos(90 - 7)$

Or $W_{\overrightarrow{AB}}(\vec{P}) = 3\,822\,J$ donc $40 \times (m9{,}8)\cos(90 - 7) = 3\,822$

$\Leftrightarrow m = \frac{3822}{40\times9{,}8\times\cos(83)}$ ainsi $m \approx 80kg$

2. sur la partie horizontale le poids est perpendiculaire au déplacement donc le produit scalaire sera nul et donc le travail aussi

3. a. l'angle entre le déplacement et le poids étant nul, le travail sera $1{,}5 \times (80 \times 9{,}8)\cos(0) = 1176$

b. $E_c(C) = \frac{1}{2}mv^2 \approx \frac{1}{2} \times 80 \times 2^2 = 160J$

c. $E_c(D) = E_c(C) + W_{\overrightarrow{AB}}(\vec{P}) \approx 160 + 1\,176 \approx 1\,336\,J$

d. $E_c(D) = \frac{1}{2}mv_D^2 = \frac{1}{2}80v_D^2$

et donc $1\,336 \approx \frac{1}{2}80v_D^2 \Leftrightarrow \frac{1\,336}{40} \approx v_D^2 \Leftrightarrow \sqrt{33{,}4} \approx v_D$ ainsi $v_D \approx 5{,}8m.s^{-1} \approx 20{,}88km.h^{-1}$