Contrôle : n°8

Exercice 1
Soit deux points, A et B d'affixes respectives :
$z_A = -5+5i$, $z_B = 1-2i$, $z_C = -3 - i\sqrt{3}$ et $z_D = \left[4; \frac{2\pi}{3}\right]$

1) Calculer $\frac{z_A}{z_B}$
2) Donner l'écriture trigonométrique simplifiée de z_C, et l'écriture algébrique de z_D

Exercice 2
On dit qu'une voiture qui coûtait 15625 au moment de son achat perd 20% de sa valeur tous les ans.
On pose (u_n) la suite qui à tout n nombre d'années après l'achat donne la valeur u_n de la voiture.

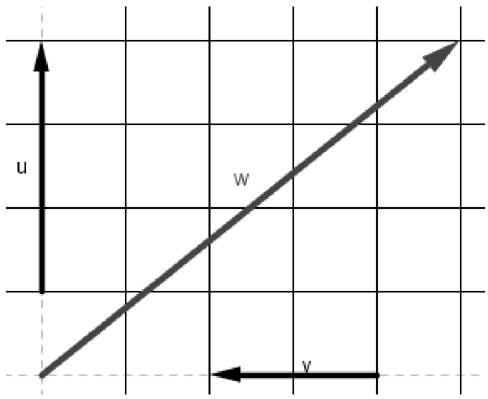
1) Donner u_0, u_1 et u_2
2) Donner le type de suite et ses caractéristiques.
3) Donner une expression par récurrence de la suite (c'est-à-dire $\begin{cases} u_0 = \dots \\ u_{n+1} = \dots \end{cases}$)
4) Donner une expression directe de la suite (c'est-à-dire $u_n = \dots$)
5) Servez-vous de l'expression directe pour calculer u_{10}

Exercice 3
Soit (v_n) une suite arithmétique de raison 5 et telle que $v_{10} = 73$

1) Quelle opération fait-on pour passer de la valeur d'un terme à celle du suivant.
2) Montrez que $v_0 = 23$ et $v_5 = 48$
3) En déduire une expression par récurrence de (v_n) et une expression directe de cette suite
4) Déterminer v_6, v_7 et v_{374}

Exercice 4
Calculez les produits scalaires suivants

1) $\vec{u}.\vec{v}$ avec $\|\vec{u}\| = 13$, $\|\vec{v}\| = 8$ et $(\vec{u},\vec{v}) = 30°$, vous donnerez une valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.
2) Avec la figure ci-contre, sans utiliser les coordonnées donnez les valeurs de $\vec{u}.\vec{v}$, $\vec{u}.\vec{w}$ et $\vec{w}.\vec{v}$
3) Sachant que $\vec{u}\binom{1}{-3}$ et $\vec{v}\binom{8}{-9}$
   a. donnez $\vec{u}.\vec{v}$
   b. donnez $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$
   c. en déduire les valeurs approchées au millième de $\cos(\vec{u},\vec{v})$ puis $(\vec{u},\vec{v})$ en degrés



Correction contrôle : n°8

Exercice 1
Soit deux points, A et B d'affixes respectives :
$z_A = -5+5i$, $z_B = 1-2i$, $z_C = -3 - i\sqrt{3}$ et $z_D = \left[4; \frac{2\pi}{3}\right]$

1) Calculer $\frac{z_A}{z_B} = \frac{(-5+5i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{-5-10i+5i-10}{1-4i^2} = \frac{-15-5i}{5} = -3-i$
2) $|z_C| = \sqrt{(-3)^2 + \left(-\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, donc $\cos\theta_C = -\frac{3}{2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\theta_C = -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = -\frac{1}{2}$ donc
$\theta_C = \pi + \frac{\pi}{6} + 2k\pi = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$
$z_D = 4\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) = 4\left(\cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)\right)$
$= 4\left(-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = 4\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -2 + i2\sqrt{3}$

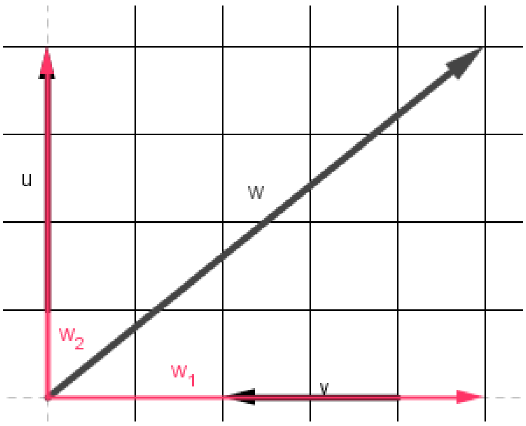
Exercice 2
On dit qu'une voiture qui coûtait 15625 au moment de son achat perds 20% de sa valeur tous les ans.On pose (u_n) la suite qui à tout n nombre d'années après l'achat donne la valeur u_n de la voiture.

1) $u_0 = 15625$, $u_1 = 15625\left(1 - \frac{20}{100}\right) = 15625 \times 0{,}8 = 12500$, $u_2 = 12500 \times 0{,}8 = 10000$
2) C'est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme$u_0 = 15625$.
3) $\begin{cases} u_0 = 15625 \\ u_{n+1} = 0{,}8\, u_n \end{cases}$)
4) $u_n = 15625 \times 0{,}8^n$
5) $u_{10} = 15625 \times 0{,}8^n \approx 1677{,}72$

Exercice 3
Soit (v_n) une suite arithmétique de raison 5 et telle que $v_{10} = 73$

1) On ajoute 5.
2) Pour passer de Montrez que v_0 à $v_{10} = 73$ je dois ajouter dix fois de suite la valeur 5 autrement dit je dois ajouter 50 ainsi $v_0 + 50 = v_{10} \Leftrightarrow v_0 + 50 = 73 \Leftrightarrow v_0 = 23$ pour déterminer v_5 je dois ajouter 5 fois de suite 5 à la valeur de $v_5 = v_0 + 5 \times 5 = 23 + 25 = 48$
3) $\begin{cases} v_0 = 23 \\ v_{n+1} = v_n + 5 \end{cases}$, en expression directe : $v_n = 25 + 5n$
4) $v_6 = v_5 + 5 = 43 + 5 = 53$, $v_7 = v_6 + 5 = 58$ et $v_{374} = v_0 + 374 \times 5 = 1893$

Exercice 4
Calculez les produits scalaires suivants



1) $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|cos(\vec{u},\vec{v}) = 13 \times 8 \times \cos(30°) = 104\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 90{,}07$
2) $\vec{u}.\vec{v} = 0$ car les vecteurs sont orthogonaux,
$\vec{u}.\vec{w} = \vec{u}.\vec{w_2} = 3 \times 4 \times 1 = 12$
$\vec{w}.\vec{v} = \vec{w_1}.\vec{v} = 5 \times 2 \times (-1) = -10$
3) Sachant que $\vec{u}\binom{1}{-3}$ et $\vec{v}\binom{8}{-9}$
   a. donnez $\vec{u}.\vec{v} = 1 \times 8 + (-3) \times (-9) = 8 + 27 = 35$
   b. donnez $\|\vec{u}\| = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$
   $\|\vec{v}\| = \sqrt{8^2 + (-9)^2} = \sqrt{145}$
   c. en déduire $\cos(\vec{u},\vec{v}) = \frac{\vec{u}.\vec{v}}{\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|} = \frac{35}{\sqrt{10}\sqrt{145}} \approx 0{,}919$ puis
   $(\vec{u},\vec{v}) = \cos^{-1}\frac{35}{\sqrt{10}\sqrt{145}} \approx 23{,}199°$