Nom & Prénom : ……………………………………………………………

Devoir surveillé n°5 (version A)

Exercice 1 Suites de référence

Soit les suites (u_n) et (v_n) définies respectivement par :
(u_n) est géométrique de raison $q = -2$ et de premier terme $u_0 = 3/4$
(v_n) est arithmétique de raison $r = -12$ et de premier terme $v_0 = 30$
Donner la définition par récurrence et en fonction de n de chacune des suites

Exercice 2 variations

Soit $(u_n), (v_n)$ et (w_n) les suites définies par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n^2 - \frac{1}{3}u_n - 5 \end{cases}$

$\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 5n - 11$ et $\forall n \in \mathbb{N}, w_n = n^2 - 3$

1) Déterminer les 3 premiers termes de chacune d'elles.
2) Conjecturer les variations de ces trois suites.
3) Vérifier vos conjectures pour les suites (v_n) et (w_n)

Exercice 3 représentation graphique

1) Tracer dans un repère la courbe représentative de f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\frac{4}{3}x + 7$ et la droite d'équation $y = x$
2) Construire les premiers termes de la suite (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = -\frac{4}{3}u_n + 7 \end{cases}$
3) Utiliser votre calculatrice pour déterminer u_{10} et u_{20} et u_{30}

Exercice 4 Trigonométrie 1

1) Dériver les fonctions suivantes :
   $f(x) = \cos(5x - 3)$ $g(x) = (x - 5)\sin x$ $h(x) = \frac{7-x}{x^2+4}$
2) Donner la pulsation, le déphasage et la période de la fonction f

Exercice 5 Trigonométrie 2

Donner la mesure principale de:$-\frac{17\pi}{3}$,

Exercice 6 Trigonométrie 3

Résoudre les équations trigonométriques $\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$

Nom & Prénom : ……………………………………………………………

Devoir surveillé n°5 (version B)

Exercice 1 Trigonométrie

1) Dériver les fonctions suivantes :
   $f(x) = \sin(7x - 3)$ $g(x) = (x^2 - 5)\cos x$ $h(x) = \frac{x-13}{x^2+2}$
2) Donner la pulsation, le déphasage et la période de la fonction f

Exercice 2 Trigonométrie 2

Donner la mesure principale de:$\frac{25\pi}{3}$,

Exercice 3 Trigonométrie 3

Résoudre les équations trigonométriques $\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

Exercice 4 Suites de référence

Soit les suites (u_n) et (v_n) définies respectivement par :
(u_n) est géométrique de raison $q = 3$ et de premier terme $u_0 = 7$
(v_n) est arithmétique de raison $r = 4$ et de premier terme $v_0 = -13$
Donner la définition par récurrence et en fonction de n de chacune des suites

Exercice 5 variations

Soit $(u_n), (v_n)$ et (w_n) les suites définies par : $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = u_n^2 - \frac{1}{5}u_n - 19 \end{cases}$

$\forall n \in \mathbb{N}, v_n = -5n + 11$ et $\forall n \in \mathbb{N}, w_n = 13 - n^2$

1) Déterminer les 3 premiers termes de chacune d'elles.
2) Conjecturer les variations de ces trois suites.
3) Vérifier vos conjectures pour les suites (v_n) et (w_n)

Exercice 6 représentation graphique

1) Tracer dans un repère la courbe représentative de f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{5}{4}x - 2$ et la droite d'équation $y = x$
2) Construire les premiers termes de la suite (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{5}{4}u_n - 2 \end{cases}$
3) Utiliser votre calculatrice pour déterminer u_{15} et u_{25} et u_{35}

Nom & Prénom : ……………………………………………………………

Devoir surveillé n°5 (version A)

Exercice 1 **Suites de référence**

$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{4} \\ u_{n+1} = -2u_n \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} v_0 = 30 \\ v_{n+1} = v_n - 12 \end{cases}$

$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{3}{4}(-2)^n$ $\quad$ $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 30 - 12n$

Exercice 2 **variations**

1) $u_1 = u_2 = u_3 = 3$ la suite semble constante

$v_0 = -11, v_1 = -6$ et $v_2 = -1$ la suite semble croissante

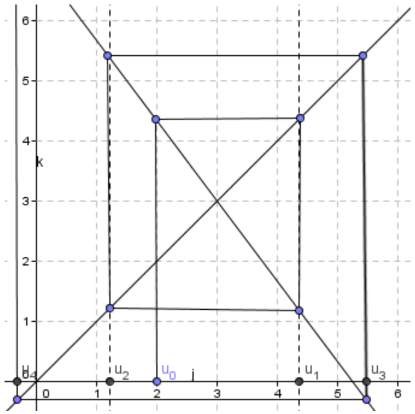
$w_0 = -3\, w_1 = -2$ et $w_2 = 1$ la suite semble croissante

3) $v_{n+1} - v_n = 5(n+1) - 11 - (5n - 11) = 5$ or $5 > 0$ donc (v_n) est croissante

$w_{n+1} - w_n = (n+1)^2 - 3 - (n^2 - 3) = 2n + 1$ or si n est positif $2n + 1$ l'est aussi donc on aura $\forall n \in \mathbb{N}, w_{n+1} - w_n > 0$ la suite est donc strictement croissante.

Exercice 3

$u_{10} \approx -14{,}76$ et $u_{20} \approx -312{,}3$ et $u_{30} \approx -5597$



Exercice 4 **Trigonométrie 1**

$f(x) = \cos(5x - 3)$

$g(x) = (x - 5)\sin x$

$h(x) = \frac{7-x}{x^2+4}$

$f'(x) = -5\sin(5x - 3)$

$g'(x) = \sin x + (x - 5)\cos x$

$h'(x) = \frac{-1(x^2+4)-(7-x)2x}{(x^2+4)^2} = \frac{x^2-14x-4}{(x^2+4)^2}$

3) Donner la pulsation, le déphasage et la période de la fonction f

$\omega = 5, \varphi = -3$ et $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5}$

Exercice 5 **Trigonométrie 2**

la mesure principale de: $-\frac{17\pi}{3}$ est $\frac{\pi}{3}$ on a juste ajouté 3 tours

Exercice 6 **Trigonométrie 3**

$\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \\ ou \\ 2x + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \end{cases}$ $\quad \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ ou \\ 2x = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \\ ou \\ 2x = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi \end{cases}$ $\quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \\ ou \\ x = -\frac{3\pi}{8} + k\pi \end{cases}$

Nom & Prénom : ……………………………………………………………

Devoir surveillé n°5 (version B)

Exercice 1 **Trigonométrie**

Avec $f(x) = \sin(7x - 3)$ $\quad g(x) = (x^2 - 5)\cos x$ $\quad h(x) = \frac{x-13}{x^2+2}$

On aura : $f'(x) = 7\cos(7x - 3)$, $g'(x) = 2x\cos x - (x^2 - 5)(-\sin x) = 2x\cos x + x^2\sin x - 5\sin x$ et $g'(x) = \frac{1(x^2+2)-(x-13)2x}{(x^2+2)^2} = \frac{-x^2+26x+2}{(x^2+2)^2}$

$\omega = 7, \varphi = -3$ et $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{7}$

Exercice 2 **Trigonométrie 2**

Donner la mesure principale de: $\frac{25\pi}{3}$ est $\frac{\pi}{3}$

Exercice 3 **Trigonométrie 3**

Résoudre les équations trigonométriques $\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \\ ou \\ 2x + \frac{\pi}{2} = \pi - \frac{\pi}{4} + 2k\pi \end{cases}$ $\quad \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ ou \\ 2x = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \\ ou \\ 2x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \end{cases}$ $\quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \\ ou \\ x = \frac{\pi}{8} + k\pi \end{cases}$

Exercice 4 **Suites de référence**

$\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} v_0 = 13 \\ v_{n+1} = v_n + 4 \end{cases}$

$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 7 \times 3^n$ $\quad$ $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = -13 + 4n$

Exercice 5 **variations**

$u_0 = u_1 = u_2 = 5$ la suite semble constante

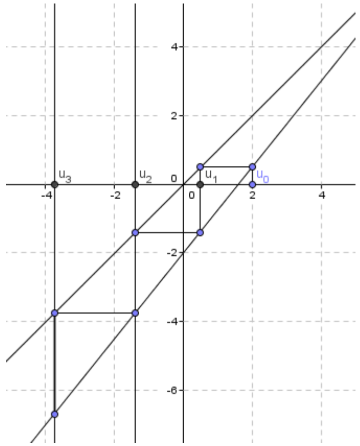
$v_0 = 11, v_1 = 6$ et $v_2 = 1$ la suite semble décroissante

$w_0 = 13, w_1 = 12$ et $w_2 = 9$ la suite semble décroissante

$v_{n+1} - v_n = -5(n+1) + 11 - (-5n + 11) = -5$ donc

$v_{n+1} - v_n < 0$ donc (v_n) est décroissante.

$v_{n+1} - v_n = 13 - (n+1)^2 - (13 - n^2) = -2n - 1$ or $\forall n \in \mathbb{N}, -2n - 1 < 0$ donc $w_{n+1} - w_n < 0$ donc (w_n) est décroissante.



Exercice 6 **représentation graphique**

$u_{15} \approx -162{,}5$ et $u_{25} \approx -1580{,}2$ et $u_{35} \approx -14783{,}14$