

Activité : suites arithmétiques et géométriques

le 1^{er} janvier 2021 une personne décide de placer 20 000€ à la banque. On lui propose deux formules :

- Formule I : intérêts fixes de 5% par an.
- Formule C : intérêts composés de 4% par an.

Le but de l'activité est de déterminer la formule la plus avantageuse en fonction du temps.

Partie I : modélisation

On pose n le nombre d'années écoulées depuis le 1^{er} janvier 2021, u_n la quantité d'argent sur le compte rémunéré en banque s'il a choisi la formule I et v_n la quantité d'argent sur le compte en banque s'il a choisi la formule C.

- 1) Que représente 5% de 20 000€
- 2) En déduire une définition de (u_n) par récurrence puis en fonction de n .
- 3) Dire pourquoi augmenter une quantité v_n de 4% revient à la multiplier par 1,04
- 4) En déduire une définition de (v_n) par récurrence puis en fonction de n .

Partie II : application

- 1) Donner les 3 premiers termes des deux suites.
- 2) Quelle semble être la formule la plus avantageuse ?
- 3) Donner les termes de rang 30, 31 et 32 des deux suites.
- 4) Maintenant quelle est la formule la plus avantageuse.

Partie III : programmation

On veut chercher le moment où la formule C commence à devenir avantageuse. Et pour cela on va créer un programme COMPARAISON en Python sur notre calculatrice.

- 1) En vous inspirant de ce que l'on a fait au premier chapitre sur les suites, donner les programmes permettant de calculer n'importe quel terme de la suite (u_n) et (v_n) .

Pour notre programme COMPARAISON nous allons utiliser la structure **while** qui fonctionne de la manière ci-contre :

Tant que la condition est réalisée les instructions w_1, w_2, \dots (toutes celles qui sont décalées vers la droite) sont exécutées, et dès que la condition n'est plus réalisée on passera à la première ligne non décalée après le bloc **while**.

```
...  
while condition :  
    instruction w1  
    instruction w2  
    ...  
...
```

- 2) Proposer un programme sur votre cahier, et si vous rencontrez une difficulté pour trouver la bonne instruction python vous pourrez paraphraser en français.
- 3) Programmer votre machine

Correction de l'Activité :

Partie I : modélisation

On pose n le nombre d'années écoulées depuis le 1^{er} janvier 2021, u_n la quantité d'argent sur le compte rémunéré en banque s'il a choisi la formule I et v_n la quantité d'argent sur le compte en banque s'il a choisi la formule C.

- 1) $\frac{5}{100} 20000 = 1000\text{€}$ représente 5% de 20 000€
- 2) $\begin{cases} u_0 = 20000 \\ u_{n+1} = u_n + 10000 \end{cases} \Leftrightarrow u_n = 20000 + 1000n.$
- 3) $v_n + \frac{4}{100} v_n = v_n 1 + v_n \frac{4}{100} = v_n \left(1 + \frac{4}{100}\right) = v_n 1,04$
- 4) $\begin{cases} v_0 = 20000 \\ v_{n+1} = 1,04v_n \end{cases} \Leftrightarrow v_n = 20000 \times 1,04^n.$

Partie II : application

- 1) $v_1 = 20000 \times 1,04 = 20800$. $v_2 = 20800 \times 1,04 = 21632$ $v_3 = 22497,22$
 $u_1 = 20000 + 1000 = 21000$, $u_2 = 22000$ et $u_3 = 23000$
- 2) La formule I semble être plus avantageuse.
- 3) $v_{30} = 20000 \times 1,04^{30} \approx 64868$. $v_{31} \approx 67463$ $v_3 \approx 70161$
 $u_{30} = 20000 + 30 \times 1000 = 50000$, $u_{31} = 51000$ et $u_{32} = 52000$.
- 4) La formule C semble être plus avantageuse.

Partie III : programmation

On veut chercher le moment où la formule C commence à devenir avantageuse. Et pour cela on va créer un programme COMPARAISON en Python sur notre calculatrice.

1) .

```
n=int(input(« n= ? »))
Print(« Un= »,20000+1000*n)
```

```
n=int(input(« n= ? »))
Print(« Vn= »,20000*1.04**n)
```

2) U et V prennent la valeur 20000
N prend pour valeur 0
Tant que $U \geq V$:
 U prend la valeur $U + 1000$
 V prend la valeur $V * 1,04$
 N prend la valeur $N + 1$
Afficher N

3)

```
U=20000
V=20000
N=0
while U>=V :
    U=U+1000
    V=V*1.04
    N=N+1
Print(« rang où V dépasse U : »,N)
```