43, 44 , 48, 52, 53, 55,56,57,65, 68, P90
Faire les tableaux de signes de deux manières différentes pour les fonctions factorisées suivantes :
$f(x) = -3(x+4)(x-2)(x-7)$
$g(x) = 8(x+3)(x-8)^2$
87 et 88 P 94

Remarques :

1) Pour les exercice 55 et 57P92

Si quand on considère la courbe d'une fonction f polynôme de degré 3 on ne voit que deux racines, autrement dit qu'elle rebondit sur l'axe des abscisses au niveau d'une des racines alors on aura une factorisation de la forme $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)^2$ avec x_1 la racine ou la courbe traverse l'axe et x_2 la racine où la courbe rebondit.
La racine où ça rebondit est appelée racine double.

2) Pour l'exercice 88P90

Quand deux polynomes sont égaux alors leurs coefficients respectifs sont égaux. Par exemple si on a : $x^2 - 5x + 7 = ax^2 + (a+2b)x + b + c$ alors

$$\begin{cases} a = 1 \\ a + 2b = -5 \\ b + c = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ 1 + 2b = -5 \\ b + c = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ 2b = -5 - 1 \\ b + c = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ (-3) + c = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 10 \end{cases}$$

Correction

43P91

La fonction g est de la forme ax^3 avec $a > 0$ donc elle est croissante. Sa courbe sera la fuchsia.
La fonction i est de la forme ax^3 avec $a < 0$ donc elle est décroissante. Sa courbe sera la turquoise.

44P91

On sait que $h(x) = ax^3$ pour tout x réel et que $h(4) = 32$ on a donc $a\,4^3 = 32 \Leftrightarrow 64a = 32 \Leftrightarrow a = \frac{32}{64} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.

48P92

La fonction f est de la forme $ax^3 + b$ avec $a < 0$ donc elle est décroissante. Sa courbe sera la turquoise.
La fonction h est de la forme $ax^3 + b$ avec $a > 0$ donc elle est croissante. Sa courbe sera la fuchsia.

52P92

1. Pour passer de la courbe de $f(x) = -2{,}3x^3$ à celle de $g(x) = -2{,}3x^3 + 3{,}2$ on fait une translation de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 3{,}2 \end{pmatrix}$
2. Pour passer de la courbe de $f(x) = -53x^3$ à celle de $g(x) = -53x^3 - 64$ on fait une translation de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ -64 \end{pmatrix}$

53P92

1. Si on applique la translation de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix}$ à la courbe de la fonction f qui a tout $x \in [-10; 10]$ associe le réel $f(x) = -11x^3$ on obtient la courbe de la fonction g qui a tout $x \in [-10; 10]$ associe le réel $g(x) = -11x^3 + 10$

2. Si on applique la translation de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\-15\end{pmatrix}$ à la courbe de la fonction f qui a tout x réel associe le réel $f(x) = -90x^3$ on obtient la courbe de la fonction g qui a tout x réel associe le réel $g(x) = -90x^3 - 15$

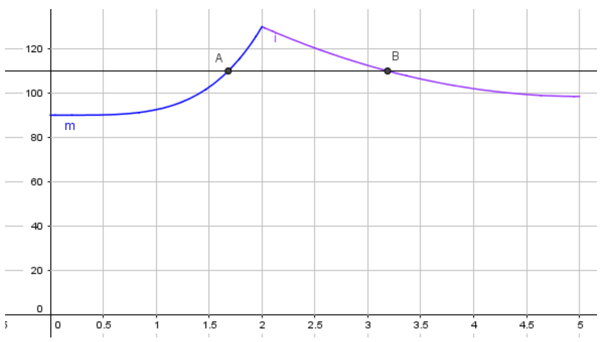
55 P92
f a trois racines : -3, -1 et 2
g a deux racines : -3 et 2
h a une racine : 2

56P92
f a trois racines donc elle est de la forme $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$
Vu les racines proposées par l'énoncé on aura : $f(x) = a(x - 1)(x + 2)(x - 4)$
De plus on a $f(0) = 16$ et donc $a(0 - 1)(0 + 2)(0 - 4) = 16 \Leftrightarrow 8a = 16$ et donc $a = \frac{16}{8}$
Ainsi $f(x) = 2(x - 1)(x + 2)(x - 4)$

57P92
On a deux racines une double en 2 et une simple en -1 et donc $f(x) = a(x + 1)(x - 2)^2$
De plus on a $f(0) = 4 \Leftrightarrow a(0 + 1)(0 - 2)^2 = 4 \Leftrightarrow a4 = 4 \Leftrightarrow a = \frac{4}{4}$
Ainsi $f(x) = 1(x + 1)(x - 2)^2$

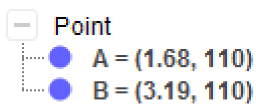
65 P94

68 P95
1. On a g un polynôme du second degré avec $a = 3{,}5 > 0$ donc la courbe est en U et l'extrémum est un minimum.
2. $g(t) = 186 \Leftrightarrow 3{,}5t^2 - 35t + 186 = 186 \Leftrightarrow 3{,}5t^2 - 35t = 0 \Leftrightarrow t(3{,}5t - 35) = 0$
$\Leftrightarrow t = 0$ ou $3{,}5t - 35 = 0 \Leftrightarrow t = 0$ ou $3{,}5t = 35 \Leftrightarrow t = 0$ ou $t = \frac{35}{3{,}5} \Leftrightarrow t = 0$ ou $t = 10$.
3. La courbe étant symétrique par rapport à la verticale d'équation $x = a$ avec a l'abscisse de l'extrémum on aura les deux points d'intersections entre la courbe et l'horizontale de hauteur 186 qui le seront aussi et donc $a = \frac{0+10}{2} = 5$
4. d'après 1. et 3. La fonction sera décroissante entre 2et 5 elle devrait être croissante après mais comme c'est une zone sur laquelle la fonction n'est pas définie, on ne dira rien.
5.



A titre d'information :
Sur géogébra j'ai écrit :
m(x)=fonction(90+2.5*x^4,0,2)
Et
l(x)=fonction(3.5x^2-35x+186,2,5)
j'ai aussi tapé y=110
et j'ai placé A et B les points d'intersection entre les courbe et la droite

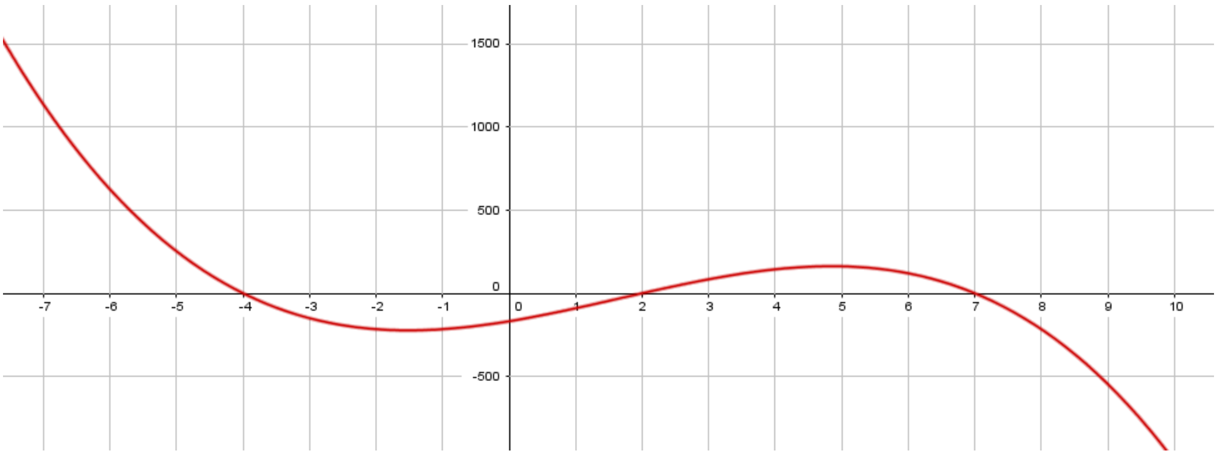
6. dans la partie algèbre de géogébra on voit s'afficher :



Et donc la période pendant laquelle on dépasse les 110 micro unités par litre sera $3.19 - 1.68 = 1{,}51$h soit une heure trente minutes environ.

Tableaux de signes de
$f(x) = -3(x+4)(x-2)(x-7)$

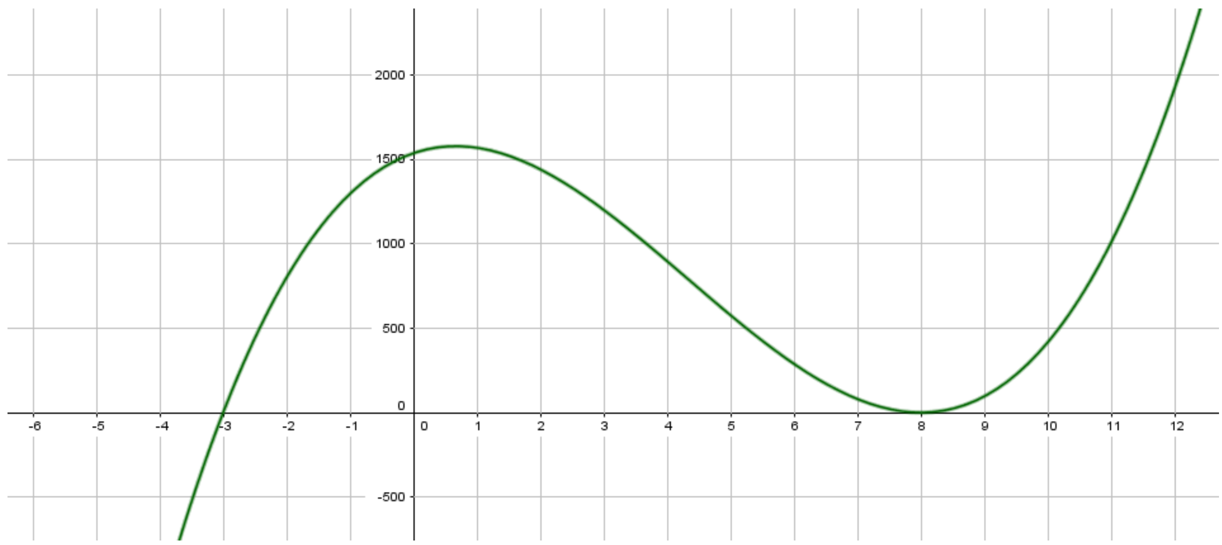
x	$-\infty$		-4		2		7		$+\infty$
-3		$-$	0	$-$	0	$-$	0	$-$	
$x+4$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	
$x-2$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$x-7$		$-$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	



x	$-\infty$		-4		2		7		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

$g(x) = 8(x+3)(x-8)^2 = 8(x+3)(x-8)(x-8)$

x	$-\infty$		-3		8		$+\infty$
8		$+$	0	$+$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$x-8$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$x-8$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

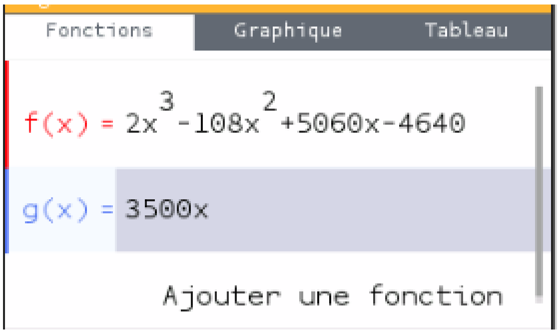


x	$-\infty$		-3		8		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

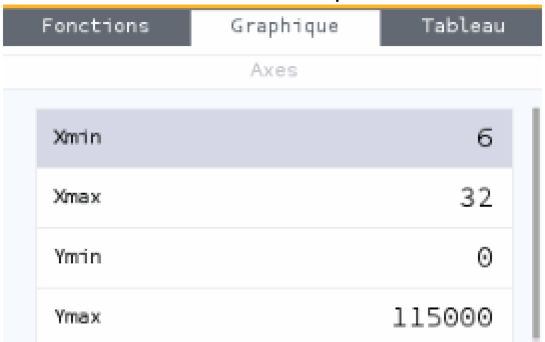
87P99
1a.
$x^2-12x+96=96 \Leftrightarrow x^2-12x=0 \Leftrightarrow x(x-12)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x-12=0$
$S=\{0;12\}$
b.
les points d'intersections avec la droite horizontale d'équation $y=96$ sont sensés être symétriques par rapport à la verticale d'équation $x=a$ avec a l'abscisse de l'extremum.
Calculons la moyenne des solutions de l'équation précédente : $\frac{0+12}{2}=6$
f admet donc son minimum en 6 et celui-ci vaut $f(6)=6^2-12\times 6+96=60$
c.
$a=1>0$ donc la fonction polynome du second degré sera décroissante puis croissante
Décroissante de 1 à 6 croissante de 6 à 10
2.
Le minimum de f étant 60 atteint en 6, et les images étant exprimées en dizaines d'euros on aura un côut minimal de 600€ pour 6 ordinateurs.

la fonction d

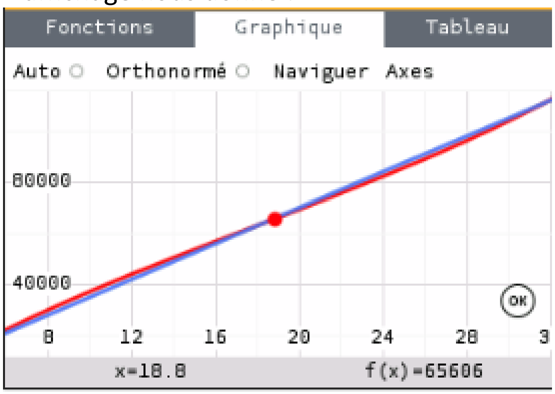
88P99
1.x est un nombre de millier d'unités donc la recette $R(x)$ correspond à la recette pour $1000x$ objets et donc vaudra $R(x)=1000x3{,}5=3\,500\,x$
2.



Si on fait un tableau de valeurs entre 6 et 32 on se rend compte que les valeurs montent beaucoup
On doit donc prendre une valeur pour ymax qui soit encore plus grande que la plus grande des valeurs. Ymax =115 000 est plutôt bien vu.



L'affichage nous donne :



3. On voit : qu'on obtient 30 000 € quand x est entre 8 et 8,4
On voit que la courbe rouge est en-dessus de la droite entre environ 18,8 et une valeur un peu inférieur à 32

4. $B(x) = R(x) - C(x) = 3500x - (2x^3 - 108x^2 + 5060x - 4640)$
$$= 3500x - 2x^3 + 108x^2 - 5060x + 4640 = -2x^3 + 108x^2 - 1560x + 4640$$
5.a. $p(x) = -2x^3 + 108x^2 - 1560x + 4640$
$p(4) = -2 \times 4^3 + 108 \times 4^2 - 1560 \times 4 + 4640 = -2 \times 64 + 108 \times 16 - 1560 \times 4 + 4640 = 0$
b.
$$(x-4)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx - 4ax^2 - 4bx - 4c$$
$= ax^3 + (b-4a)x^2 + (c-4b)x - 4c$ainsi$p(x) = (x-4)(ax^2 + bx + c)$
$\Leftrightarrow -2x^3 + 108x^2 - 1560x + 4640 = ax^3 + (b-4a)x^2 + (c-4b)x - 4c$

$\Leftrightarrow\begin{cases} a=-2 \\ b-4a=108 \\ c-4b=-1560 \\ -4c=4640 \end{cases} \Leftrightarrow\begin{cases} a=-2 \\ b-4(-2)=108 \\ c-4b=-1560 \\ c=\frac{4640}{-4} \end{cases} \Leftrightarrow\begin{cases} a=-2 \\ b+8=108 \\ -1160-4b=-1560 \\ c=-1160 \end{cases} \Leftrightarrow\begin{cases} a=-2 \\ b=108-8 \\ -4b=-1560+1160 \\ c=-1160 \end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases} a=-2 \\ b=100 \\ -4b=-400 \\ c=-1160 \end{cases} \Leftrightarrow\begin{cases} a=-2 \\ b=100 \\ b=100 \\ c=-1160 \end{cases}$

Ainsi $p(x)=(x-4)(-2x^2+100x-1160)$

c.

$$p(25-3\sqrt{5})=\left((25-3\sqrt{5})-4\right)\left(-2(25-3\sqrt{5})^2+100(25-3\sqrt{5})-1160\right)$$
$$=(25-3\sqrt{5}-4)\left(-2(625-150\sqrt{5}+9\times 5)^2+2500-300\sqrt{5}-1160\right)$$
$$=(21-3\sqrt{5})(-1250+300\sqrt{5}-90+2500-300\sqrt{5}-1160)=(21-3\sqrt{5})0=0$$

$$p(25+3\sqrt{5})=\left((25+3\sqrt{5})-4\right)\left(-2(25+3\sqrt{5})^2+100(25+3\sqrt{5})-1160\right)$$
$$=(25+3\sqrt{5}-4)\left(-2(625+150\sqrt{5}+9\times 5)^2+2500+300\sqrt{5}-1160\right)$$
$$=(21+3\sqrt{5})(-1250-300\sqrt{5}-90+2500+300\sqrt{5}-1160)=(21+3\sqrt{5})0=0$$

Ainsi $25-3\sqrt{5}\approx 18{,}292$ et $25-3\sqrt{5}\approx 31{,}708$ sont deux racines du polynome p

d) $(x-4)$ sera positif quand on sera entre 6 et 32
le signe de p est donc celui du polynome du second degré qui est positif entre $25-3\sqrt{5}\approx 18{,}292$ et $25-3\sqrt{5}\approx 31{,}708$ ainsi on fera du bénéfice entre 18 292 et 31 708.
6a.La fonction est décroissante entre 6 et 10 , croissante de 10 à 20 et décroissante de 20 à 32
b. Si son maximum est atteint en 20 alors il est de $B(20)=-2\times 20^3+108x^2-1560x+4640=640$