Nom & Prénom : ………………………………………. www.dimension-k.com

Devoir surveillé n°5

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 2$.

1) Donner la dérivée de la fonction f
2) donner le tableau de variation de f
3) pour chaque extremum local donner abscisse et ordonnée puis précisez si il s'agit d'un maximums ou d'un minimum
4) donner le minimum de f'
5) BONUS : à votre avis quand est ce que la fonction est le plus décroissante

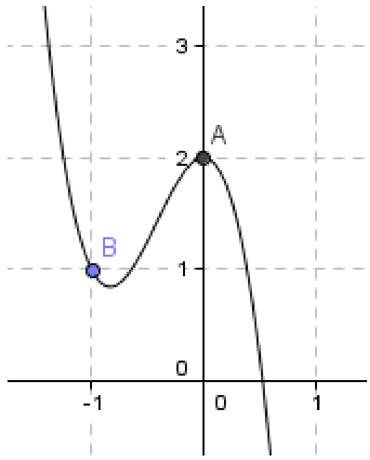
Exercice 2

Dériver les fonctions suivantes :

$g(x) = 3\sqrt{5} - 7\sqrt{x} + \frac{x}{8} - 5$ $\qquad$ $h(x) = \frac{7}{x} + \frac{1}{x+3}$

$i(x) = (x^3 - 4)(x - 5)$ $\qquad$ $j(x) = \frac{2x-3}{x+7}$

Exercice 3



La courbe ci-contre est la représentation graphique de la fonction k. On sait que k vérifie $k(x) = ax^3 + bx^2 + c$

1) Déterminer $k(-1)$ et $k(0)$ par lecture graphique.
2) En déduire deux équations d'inconnues a, b et c
3) Exprimer $k'(x)$ en fonction de a et b.
4) Que peut-on dire de la tangente à la courbe en A
5) En déduire la valeur de $k'(0)$ puis une troisième équation.
6) Résoudre le système à trois inconnue formé des équations obtenues en 2) et du fait que $k(1) = -7$

Exercice 4

On dit que la fonction l définie sur $D_l = \mathbb{R} - \{-4\}$ a une dérivée l' définie sur D_l par $l'(x) = \frac{(4x-24)(51-3x)}{(28+7x)^2}$

Vous ferez un tableau d'étude de variation de la fonction l

Correction du devoir surveillé n°5

Exercice 1 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 2$.

1) $f'(x) = 3x^2 - 12x - 15$
2) $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 3 \times (-15) = 144 + 180 = 324 = 18^2$
   Les racines de f' sont donc
   $x_1 = \frac{12-\sqrt{324}}{6} = \frac{12-18}{6} = -1$,
   $x_2 = \frac{12+18}{6} = 5$

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
f'(x)		+	0	-	0	+	
f(x)	$-\infty$	↗	10	↘	-98	↗	$+\infty$

3) Il y a un maximums en -1 qui est 10 et un minimum en 5 qui est -98.
4) $f'(x) = 3x^2 - 12x - 15$ a son minimum en $-\frac{b}{2a} = 1$ elle est donc $f'(1) = -24$
5) f est le plus décroissante, quand f' atteint son minimum donc en 1

Exercice 2 Dériver les fonctions suivantes :

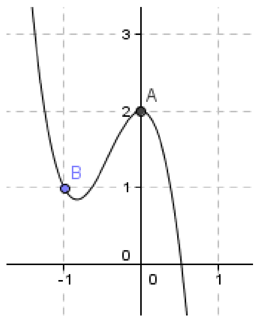
$g(x) = 3\sqrt{5} - 7\sqrt{x} + \frac{x}{8} - 5$ $\qquad g'(x) = -7\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{8}$

$h(x) = \frac{7}{x} + \frac{1}{x+3}$ $\qquad h'(x) = -\frac{7}{x^2} - \frac{1}{(x+3)^2}$

$i(x) = (x^3 - 4)(x - 5)$

$i'(x) = 3x^2(x-5) + (x^3-4)1 = 3x^3 - 15x^2 + x^3 - 4 = 4x^3 - 15x^2 - 4$

$j(x) = \frac{2x-3}{x+7}$ $\qquad j'(x) = \frac{2(x+7)-(2x-3)1}{(x+7)^2} = \frac{2x+14-2x+3}{(x+7)^2} = \frac{17}{(x+7)^2}$



Exercice 3 La courbe ci-contre est la représentation graphique de la fonction k. On sait que k vérifie $k(x) = ax^3 + bx^2 + c$

1) $k(-1) = 1$ et $k(0) = 2$
2) Donc $a(-1)^3 + b(-1)^2 + c = 1$ et $a0^3 + b0^2 + c = 2$
3) $k'(x) = 3ax^2 + 2bx$. 4)la tangente à la courbe en A est horizontale
5) donc $k'(0)$ son coefficient directeur est nul.
6) $\begin{cases} -a+b+c=1 \\ c=2 \\ a+b+c=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+b+2=1 \\ a+b+2=7 \\ c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b+4=8 \\ a+b+2=7 \\ c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ a+b+2=7 \\ c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=3 \\ c=2 \end{cases}$

Exercice 4

On dit que la fonction l définie sur $D_l = \mathbb{R} - \{-4\}$ a une dérivée l' définie sur D_l par

$l'(x) = \frac{(4x-24)(51-3x)}{(28+7x)^2}$

$4x \geq 24 \Leftrightarrow x \geq 6$,

$51 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow 17 \geq x$

et $28 + 7x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -4$

x	$-\infty$		-4		6		17		$+\infty$
$4x-24$		-		-	0	+		+	
$51-3x$		+		+		+	0	-	
$(28+7x)^2$		+	0	+		+		+	
$l'(x)$		-	‖	-	0	+	0	-	
$l(x)$		↘		↘		↗		↘	

x	$-\infty$		-4		6		17		$+\infty$
$4x-24$		-		-	0	+		+	
$51-3x$		+		+		+	0	-	
$(28+7x)^2$		+	0	+		+		+	
$l'(x)$		-	||	-	0	+	0	-	
$l(x)$									