Devoir surveillé n°3 (sujet A)

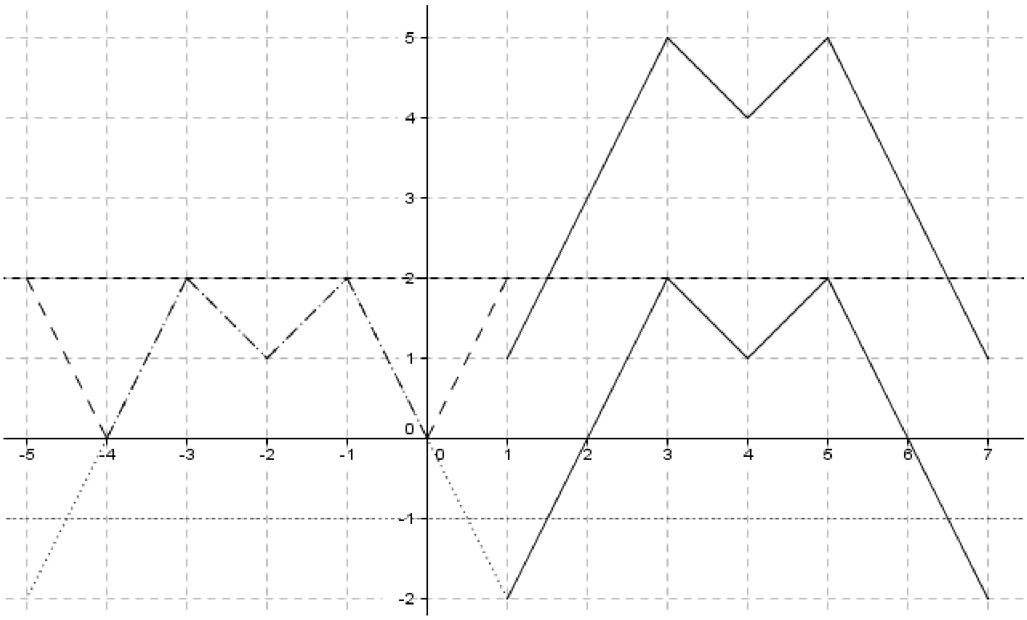
14/11/13

Exercice 1

Soit P la fonction définie par $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = ax^2 + bx + c$, et telle que $P(-1) = 2$, $P(0) = 3$ et $P(1) = 6$.
Déterminer a, b et c.

$$\begin{cases} P(-1) = 2 \\ P(0) = 3 \\ P(1) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)^2 a - b + c = 2 \\ c = 3 \\ a + b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + 3 = 2 \\ c = 3 \\ a + b + 3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a - b = -1 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ 2a = 2 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Donc $P(x) = x^2 + 2x + 3$



Exercice 2 & 3

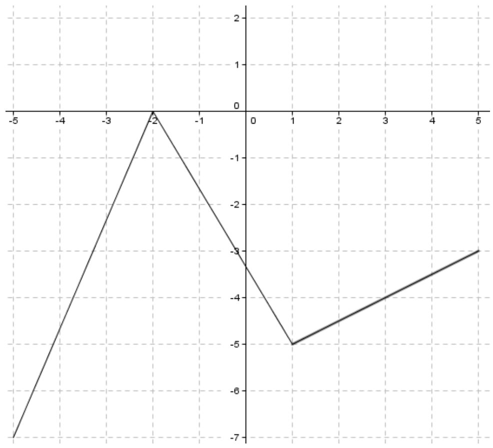
En noir on peut voir la courbe représentative de la fonction f définie sur $[1; 7]$, on sait que $f(1{,}5) = f(6{,}5) = -1$

1) Résoudre $f(x) = 2$
   $S = \{3; 5\}$
2) Résoudre $f(x) < -1$
   $S = [1; 1{,}5] \cup [6{,}5; 7]$
3) Donner le tableau de variation de la fonction.

x	1		3		4		5		7
f(x)	-2	↗	2	↘	1	↗	2	↘	-2

Exercice 4

Voir ci-contre :



Exercice 5

Soit ABCD un carré de côté 10cm et MNOP un carré dont les quatre sommets sont dans l'ordre sur les segments [AB], [BC], [CD] et [DA]. On pose $x = AM$

1) Si on considère le triangle AMP, son aire est $A_{AMP} = \frac{AM \times AP}{2} = \frac{x(10-x)}{2}$. L'aire du petit carré MNOP est celle du grand moins 4x celle des triangles rectangles $A_{MNOP} = A_{ABCD} - 4A_{MAP} = 10^2 - 4\frac{x(10-x)}{2} = 100 - 2x(10-x) = 100 - (20x - 2x^2) = 2x^2 - 20x + 100$

2) en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle AMP j'ai $MP^2 = x^2 + (10-x)^2 = 2x^2 - 20x + 100$ donc $P = \sqrt{2x^2 - 20x + 100}$, autre approche : vu que l'aire du carré MNOP est $2x^2 - 20x + 100$ la mesure d'un de ses côtés en l'occurrence MP sera $\sqrt{2x^2 - 20x + 100}$

3) $2x^2 - 20x + 100 = 80 \Leftrightarrow 2x^2 - 20x + 20 = 0$ $\quad \Delta = (-20)^2 - 4 \times 2 \times 20 = 240 = 4^2 5$

Donc les deux mesures de x permettant d'avoir la bonne aire seront : $x = \frac{20-\sqrt{240}}{4} = \frac{20-4\sqrt{5}}{4} = 5 - \sqrt{5}$ et
$x_2 = 5 + \sqrt{5}$

Devoir surveillé n°3 (Sujet B)

14/11/13

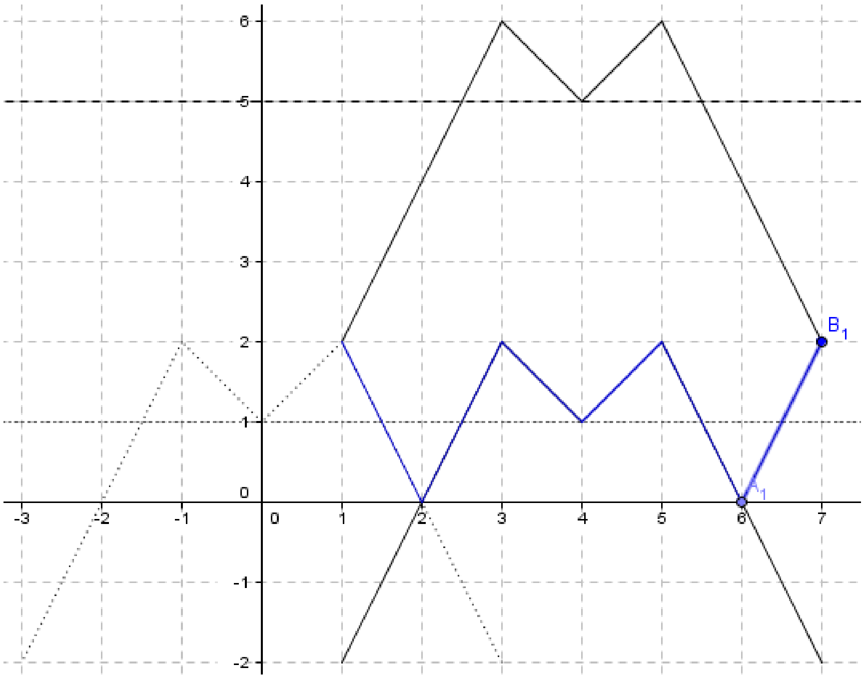
Exercice 1

Soit P la fonction définie par $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = ax^2 + bx + c$, et telle que $P(-1) = 2$, $P(0) = 3$ et $P(1) = 6$.
Déterminer a, b et c.

$$\begin{cases} P(-1) = 2 \\ P(0) = 3 \\ P(1) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)^2 a - b + c = 2 \\ c = 3 \\ a + b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + 3 = 2 \\ c = 3 \\ a + b + 3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a - b = -1 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ 2a = 2 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Donc $P(x) = x^2 + 2x + 3$

Exercice 2 & 3



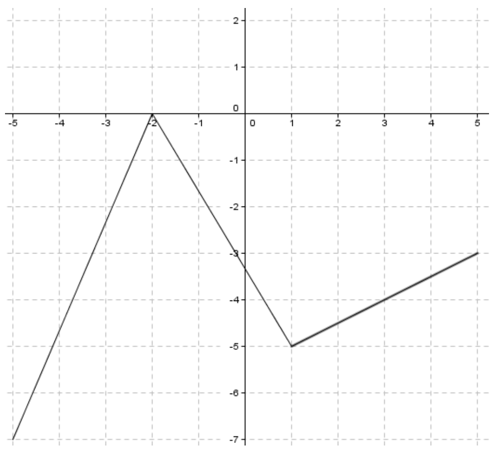
En noir on peut voir la courbe représentative de la fonction f définie sur $[1; 7]$, on sait que $f(2{,}5) = f(5{,}5) = 1$

1) Résoudre $f(x) = 5$
2) Résoudre $f(x) \leq 1$
3) Donner le tableau de variation de la fonction.

x	1		3		4		5		7
f(x)	-2	↗	2	↘	1	↗	2	↘	-2

Exercice 4

Voir ci contre :



Exercice 5

Soit ABCD un carré de côté 10cm et MNOP un carré dont les quatre sommets sont dans l'ordre sur les segments [AB], [BC], [CD] et [DA]. On pose $x = AM$

1) Si on considère le triangle AMP, son aire est $A_{AMP} = \frac{AM \times AP}{2} = \frac{x(10-x)}{2}$. L'aire du petit carré MNOP est celle du grand moins 4x celle des triangles rectangles $A_{MNOP} = A_{ABCD} - 4A_{MAP} = 10^2 - 4\frac{x(10-x)}{2} = 100 - 2x(10-x) = 100 - (20x - 2x^2) = 2x^2 - 20x + 100$

2) en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle AMP j'ai $MP^2 = x^2 + (10-x)^2 = 2x^2 - 20x + 100$ donc $P = \sqrt{2x^2 - 20x + 100}$, autre approche : vu que l'aire du carré MNOP est $2x^2 - 20x + 100$ la mesure d'un de ses côtés en l'occurrence MP sera $\sqrt{2x^2 - 20x + 100}$

3) $2x^2 - 20x + 100 = 80 \Leftrightarrow 2x^2 - 20x + 20 = 0$ $\quad \Delta = (-20)^2 - 4 \times 2 \times 20 = 240 = 4^2 5$

Donc les deux mesures de x permettant d'avoir la bonne aire seront : $x = \frac{20-\sqrt{240}}{4} = \frac{20-4\sqrt{5}}{4} = 5 - \sqrt{5}$ et $x_2 = 5 + \sqrt{5}$