

Correction Contrôle n° 6 : dérivées et trigonométrie

Exercice 1

$$f(x) = \frac{x}{3} - \frac{x^2}{5} + \frac{x^7}{4} + 9 \quad \text{a pour dérivée } f'(x) = \frac{1}{3} - \frac{2x}{5} + \frac{7x^6}{4}$$

$$g(x) = \frac{1}{x} + \sin\left(\frac{1}{3}x + 7\right) \quad \text{a pour dérivée } g'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{3}\cos\left(\frac{1}{3}x + 7\right)$$

$$h(x) = \frac{\sin x}{\cos x} \text{ définie sur }]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$$

je reconnais $\frac{u}{v} \rightarrow \frac{u'v - uv'}{v^2}$ avec $u = \sin x$, $v = \cos x$ et $u' = \cos x$, $v' = -\sin x$

$$h'(x) = \frac{\cos^2 x - \sin x(-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$i(x) = (5x)\sqrt{x}$$

je reconnais $uv \rightarrow u'v + uv'$ avec $u = 5x$, $v = \sqrt{x}$, $u' = 5$ et $v' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$i'(x) = 5\sqrt{x} + 5x \frac{1}{2\sqrt{x}} = 5\sqrt{x} + \frac{5\sqrt{x}}{2} = \frac{15\sqrt{x}}{2}$$

$$j(x) = \frac{1}{\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}$$

je reconnais $\frac{1}{v} \rightarrow -\frac{v'}{v^2}$ avec $v = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ et $v' = -2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

$$j'(x) = \frac{2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}{\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}$$

Exercice 2

Une fonction k définie sur $\mathbb{R} - \{-3; 5\}$ et dont la

$$\text{dérivée vaut : } k'(x) = \frac{(3x-27)(5-2x)}{(x+3)(3x-15)}$$

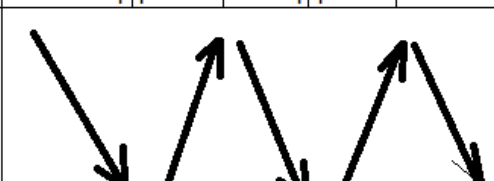
faire le tableau de variation de la fonction.

$$3x - 27 \geq 0 \Leftrightarrow 3x \geq 27 \Leftrightarrow x \geq \frac{27}{3} \Leftrightarrow x \geq 9$$

$$x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3$$

$$3x - 15 \geq 0 \Leftrightarrow 3x \geq 15 \Leftrightarrow x \geq 5$$

$$5 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow 5 \geq 2x \Leftrightarrow \frac{5}{2} \geq x$$

x	-∞	-3	2,5	5	9	+∞			
$3x - 27$	-	-	-	-	0	+			
$5 - 2x$	+	+	0	-	-	-			
$x + 3$	-	0	+	+	+	+			
$3x - 15$	-	-	-	0	+	+			
$k'(x)$	-		+	0	-		+	0	-
$k(x)$									

Exercice 3

Trouver un angle dont le cosinus vaut $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ et un autre dont le sinus vaut $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

$$\cos \frac{3\pi}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \text{ et } \sin \frac{-\pi}{3} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

Exercice 4

Résoudre les équations trigonométriques suivantes

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = \frac{6\pi}{6} - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = \frac{6\pi}{6} - \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = \frac{3\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\cos(3x + \pi) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \pi = \left(2x + \frac{\pi}{2}\right) + 2k\pi \\ \text{ou} \\ 3x + \pi = -\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3x + \pi = 2x + \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ 3x + \pi = -2x - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2x = \frac{\pi}{2} - \pi + 2k\pi \\ \text{ou} \\ 3x + 2x = -\frac{\pi}{2} - \pi + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{2} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ 5x = -\frac{3\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{2} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = -\frac{3\pi}{10} + \frac{2k\pi}{5} \end{cases}$$

Exercice 5

Donner la mesure principale des deux angles dont des mesures connues sont

respectivement $-\frac{23\pi}{12}$ et $\frac{23\pi}{2}$

$-\frac{23\pi}{12} + 2\pi = -\frac{23\pi}{12} + \frac{24\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$ or $\frac{\pi}{12} \in]-\pi; \pi]$ donc c'est la mesure principale du premier angle.

$\frac{23\pi}{2} - 6 \times 2\pi = \frac{23\pi}{2} - \frac{24\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$ or $\frac{\pi}{2} \in]-\pi; \pi]$ donc c'est la mesure principale du second angle.

Exercice 6

Donner les valeurs des expressions ci-dessous en rédigeant votre recherche:

$$A = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$B = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$C = \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$D = \sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\left(-\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = +\frac{1}{2}$$

$$E = \cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$F = \sin\left(\frac{14\pi}{3}\right) = \sin\left(2 \times 2\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$