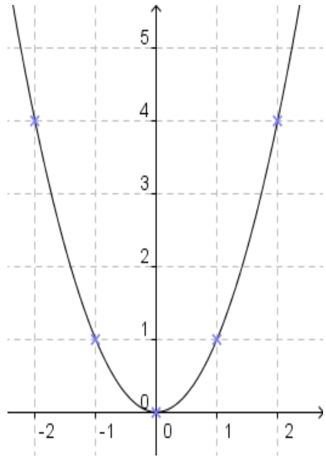
LES FONCTIONS DE RÉFÉRENCE

I. Fonction carré

1. Définition

La **fonction carré** *f* est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.



2. Représentation graphique

x	–2	–1	0	1	2
f (*x*)	4	1	0	1	4

Remarques :

- Le tableau de valeurs n'est pas un tableau de proportionnalité. La fonction carré n'est donc pas une fonction linéaire.

- Dans un repère (O, I, J), la courbe d'équation $y = x^2$ de la fonction carré est appelée une **parabole** de sommet O.

- Dans un repère orthogonal, la courbe d'équation $y = x^2$ de la fonction carré est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

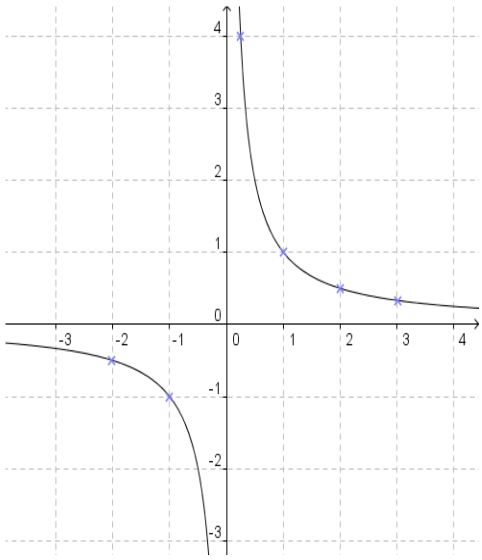
II. Fonction inverse

1. Définition

La **fonction inverse** *f* est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.

Remarques :

- $\mathbb{R}\ \backslash\{0\}$ désigne l'ensemble des nombres réels sauf 0, c'est-à-dire] –∞ ; 0 [U] 0 ; +∞ [. On peut aussi noter cet ensemble $\mathbb{R}$*.
- La fonction inverse n'est pas définie en 0.



2. Représentation graphique

x	–2	–1	0,25	1	2	3
f(*x*)	–0,5	–1	4	1	0,5	$\frac{1}{3}$

Remarques :

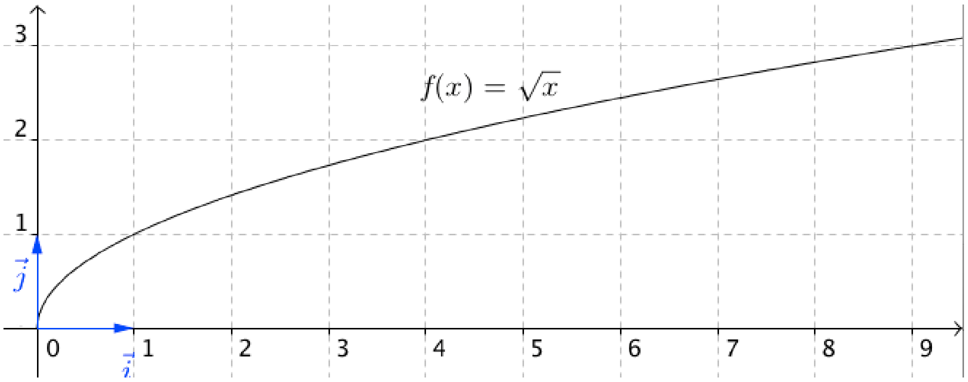
- Dans un repère (O, I, J), la courbe d'équation $y = \frac{1}{x}$ de la fonction inverse est une **hyperbole** de centre O.
- La courbe d'équation $y = \frac{1}{x}$ de la fonction inverse est symétrique par rapport à l'origine.

III. Fonction racine carrée

1. Définition

Définition : La **fonction racine carrée** est la fonction *f* définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.

2. Représentation graphique

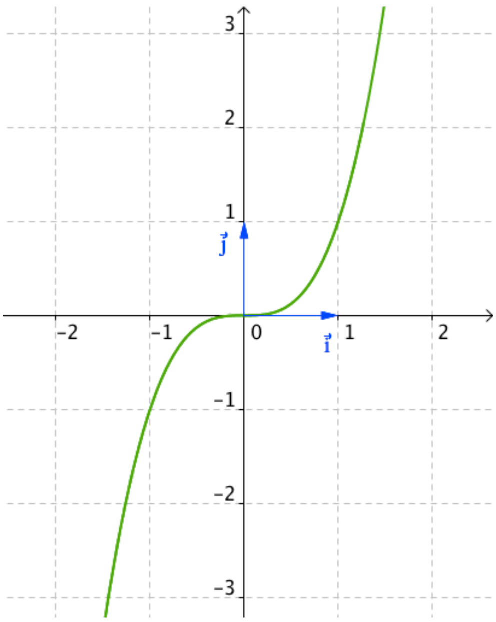


Remarque : La fonction racine carrée n'est pas définie pour des valeurs négatives.

IV. Fonction cube

1. Définition

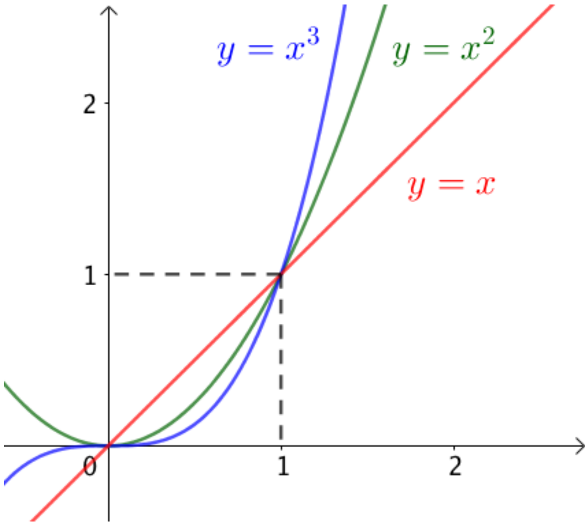
Définition : La **fonction cube** est la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$.



2. Représentation graphique

Remarque : Dans un repère orthogonal, la courbe d'équation $y = x^3$ de la fonction cube est symétrique par rapport au centre
du repère.

3. Positions relatives des courbes d'équations : $y = x$, $y = x^2$ et $y = x^3$



Pour des valeurs positives de x, on a :

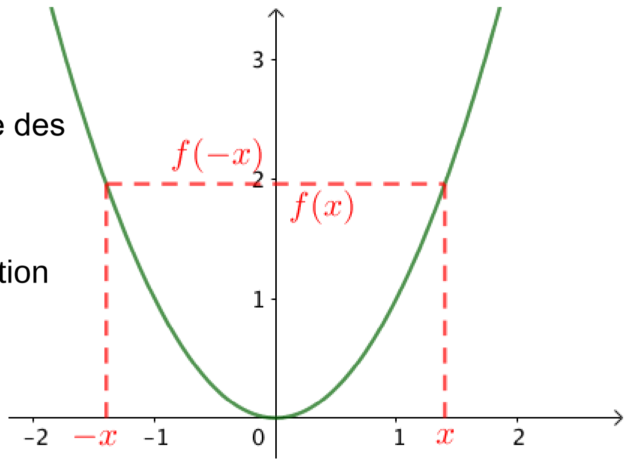
- Si $x \geq 1$: La courbe d'équation $y = x^3$ se trouve au-dessus de la courbe d'équation $y = x^2$ qui se trouve elle-même au-dessus de la courbe d'équation $y = x$.
- Si $0 \leq x \leq 1$: L'ordre précédent est inversé.

V. Fonction paire, impaire

1. Fonction paire

Définition : Une fonction *f* est **paire** lorsque pour tout réel x de son ensemble de définition *D*, $-x$ appartient à *D* et $f(-x) = f(x)$.

Traduction géométrique :
Dans un repère orthogonal, la courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.



Exemple :
La fonction carré (représentée ci-contre) est une fonction paire.
En effet :
Si $f(x) = x^2$, on a : $f(-x) = (-x)^2 = x^2$
Donc $f(-x) = f(x)$.

Lorsqu'on trace la fonction carré, on constate que sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

2. Fonction impaire

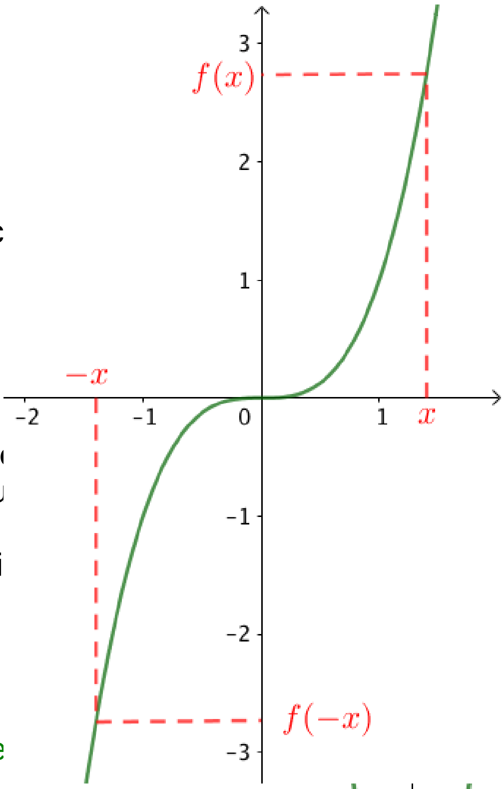
Définitions : Une fonction *f* est **impaire** lorsque pour tout réel x de son ensemble de définition *D*, $-x$ appartient à *D* et $f(-x) = -f(x)$.

<u>Traduction géométrique :</u>
Dans un repère orthogonal, la courbe représentative d
fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine.

<u>Exemples :</u>
- La fonction cube (représentée ci-contre) est une fonc
impaire.
En effet :
Si $f(x) = x^3$, on a : $f(-x) = (-x)^3 = -x^3$
Donc $f(-x) = -f(x)$.

Lorsqu'on trace la fonction cube, on constate que sa c
représentative est symétrique par rapport à l'origine du

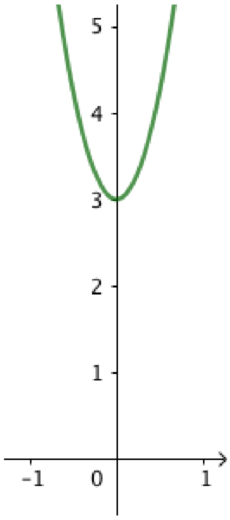
- On peut démontrer de la même manière que la foncti
est impaire.



<u>Méthode :</u> Étudier la parité d'une fonction (non exigible

Démontrer que la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 + 3$ est paire.

Pour tout *x* réel, on a :
$f(-x) = 5(-x)^2 + 3 = 5x^2 + 3$
On a donc $f(-x) = f(x)$
La fonction *f* est donc paire. Sa représentation graphique (ci-contre) est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.



VI. Fonctions trigonométriques

Ensemble de définition.
Les fonctions $x \mapsto \sin x$ et $x \mapsto \cos x$ sont définies sur$\mathbb{R}$.

Parité des fonctions.
Pour tout réel *x*, $\sin(-x) = -\sin x$, la fonction sinus est impaire. La courbe de la fonction $x \mapsto \sin x$ est symétrique par rapport à l'origine.
Pour tout réel *x*, $\cos(-x) = \cos x$, la fonction cosinus est paire. La courbe de la fonction $x \mapsto \cos x$ est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Périodicité des fonctions.

Définition.

On dit que f est **T–périodique** lorsqu'il existe un nombre réel T tel que $f(x+\mathrm{T})=f(x)$ pour tout $x \in D_f$ et $x+\mathrm{T} \in D_f$.

Remarque.

La courbe d'une fonction T–périodique dans un repère $(0,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ se répète par translation de vecteur $\mathrm{T}\vec{\imath}$.

Exemple.

Pour tout réel x, $\sin(x+2\pi)=\sin x$, la fonction sinus est 2π–périodique.
Pour tout réel x, $\cos(x+2\pi)=\cos x$, la fonction cosinus est 2π–périodique.

Variations des fonctions.

Les fonctions sinus et cosinus sont 2π–périodique, il suffit donc de les étudier entre $-\pi$ et π. De plus, sinus est impaire et cosinus est paire, on peut donc encore restreindre l'étude à l'intervalle $[0,\pi]$. Le reste se complètera par symétrie et translation.

Sur le cercle trigonométrique dans un repère orthonormé $(0,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère un angle $x \in [0,\pi]$ et M le point du cercle tel que $\widehat{\mathrm{AOM}}=x$.

cos x est l'abscisse de M.

x	0		π
Cos x	1	$\searrow$	-1

sin x est l'ordonnée de M.

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
Sin x	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0