

## Correction du devoir maison n°1

### Exercice 47 P 85

1) La distance entre deux points est nécessairement positive ou nulle donc  $x \geq 0$ , de plus M est sur [AB] donc BM est nécessairement plus petite ou égale à AB c'est-à-dire à 1. Conclusion  $x \in [0,1]$

2) Plus M s'éloigne de B sur [AB] plus la distance MM' est grande. Donc f est croissante sur I

3) CM' ne varie pas elle vaut toujours 1. MBC est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore on a :

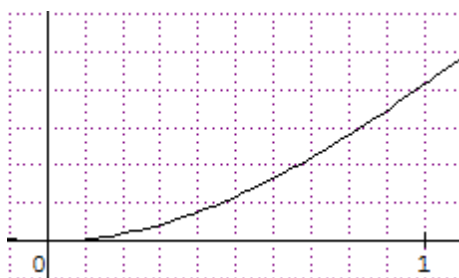
$$MC^2 = MB^2 + BC^2 = x^2 + 1^2 \text{ donc } MC = \sqrt{x^2 + 1} \text{ et donc } MM' = MC - CM' = \sqrt{x^2 + 1} - 1$$

Ainsi  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - 1$

4)

5)

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
f(x)	0	0,005	0,020	0,044	0,077	0,118	0,166	0,220	0,280	0,345	0,414



### Exercice 65 P 89

1) a)  $AL = x$ ,  $BL = 10-x$ ,  $DL = x$ ,  $AP = 10 - x$

b) les triangles ALP, LBC et CDP sont rectangle donc je peux calculer leurs aires en effectuant le demi produit des mesures des côtés de l'angle droit. Ainsi :

$$A_{ALP} = \frac{AL \times AP}{2} = \frac{x(10-x)}{2}$$

$$A_{LBC} = \frac{LB \times BC}{2} = \frac{(10-x) \times 10}{2} \text{ et}$$

$$A_{CDP} = \frac{DP \times DC}{2} = \frac{x \times 10}{2}$$

c)  $A_{LCP} = A_{ABCD} - A_{ALP} - A_{CDP} - A_{LBC} = 10^2 - \frac{x(10-x)}{2} - \frac{x \times 10}{2} - \frac{(10-x) \times 10}{2}$

Donc  $f(x) = 100 - \frac{10x - x^2 + 10x + 100 - 10x}{2} = 100 - 5x + \frac{1}{2}x^2 - 50 = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 50$

On vous demande ici de montrer que  $f(x) = \frac{1}{2}(x-5)^2 + \frac{75}{2}$  alors deux choix s'offrent à nous : soit (version 1) on prend  $\frac{1}{2}x^2 - 5x + 50$  et on montre que c'est égal à  $\frac{1}{2}(x-5)^2 + \frac{75}{2}$  soit (version 2) on fait le contraire

**Version 1 :**  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 50 = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 12,5 + 37,5 = \frac{1}{2}(x^2 - 10x + 25) + 37,5$   
 $= \frac{1}{2}(x-5)^2 + 37,5$

**Version 2 :**  $\frac{1}{2}(x-5)^2 + \frac{75}{2} = \frac{1}{2}(x^2 - 10x + 25) + 37,5 = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 50 = f(x)$

Conclusion des deux versions  $f(x) = \frac{1}{2}(x-5)^2 + \frac{75}{2}$

2 a) pour tout x de [0,10] un carré étant toujours positif on aura  $(x-5)^2 \geq 0$  donc  $\frac{1}{2}(x-5)^2 \geq 0$  et donc

$$\frac{1}{2}(x-5)^2 + \frac{75}{2} \geq \frac{75}{2} \text{ Conclusion : } f(x) \geq \frac{75}{2}$$

b) si  $x = 5$  alors  $f(x) = \frac{1}{2}(x-5)^2 + \frac{75}{2} = \frac{75}{2}$  donc  $f(5) = 37,5$

c) f est la fonction qui à x la longueur de AL associe f(x) l'aire du triangle LPC, on vient de montrer avec les questions a que  $\forall x \in [0; 10] f(x) \geq 37,5$  et d'après la question b que  $f(5) = 37,5$  donc cette fonction a un minimum : 37,5 atteint quand  $x = 5$ . On peut conclure que le triangle aura une aire minimale pour  $x = 5$ , cette aire est  $37,5 \text{ cm}^2$ .

Si  $x = 5$ ,  $AL = 5$  et  $DP = 5$ , L et P seront les milieux respectivement de [AB] et [AD].

**Remarques :** on n'a pas le droit de commencer la rédaction avec l'égalité ou l'inégalité que l'on cherche à démontrer, on ne peut partir que de quelque chose que l'on sait puis après quelques étapes et de la réflexion on arrivera à l'expression désirée (cf 1c version 1 et 2a).

Pour le 1c Version 2, on s'est appuyé sur le fait que si  $A=C$  et  $B=C$  alors  $A = C$ .

On a commencé par montrer que  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 50$  puis que  $\frac{1}{2}(x-5)^2 + \frac{75}{2} = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 50$  et donc on a pu conclure que  $f(x) = \frac{1}{2}(x-5)^2 + \frac{75}{2}$