Corrections d'exercices du livres sur les fonctions de références partie 2

Exercice 3P138
1) 2,56 est l'image de 1,6 par la fonction qui a x associe x^2
2) 3) -1,6 est un autre réel ayant la même image.
4) pour résoudre graphiquement l'équation $x^2=2,56$, il me suffit de tracer la droite d'équation y=2,56 et de regarder l'abscisse de ses points d'intersection avec la courbe représentant la fonction qui a x associe x^2.

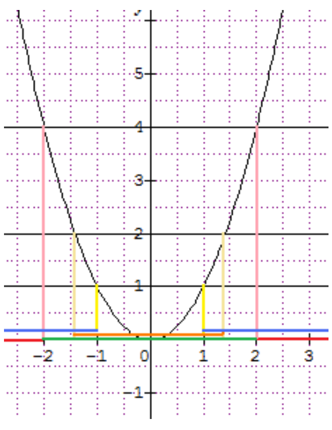
Exercice 5 P138
a) $x^2=25$ a pour solutions -5 et 5
b) $x^2=5$ a pour solutions $\sqrt{5}$ *et* $-\sqrt{5}$
c) $x^2 = 0$ a pour unique solution 0
d) $x^2 = -3$ n'a pas de solution.

Exercice 7 P138
a) $4x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 = 5 \Leftrightarrow x^2 = 1,25 \Leftrightarrow x = \sqrt{1,25}$ ou $x= -\sqrt{1,25}$
b) $2x^2 + 3 = 1 \Leftrightarrow 2x^2 = -2 \Leftrightarrow x^2 = -1$ donc l'équation n'a pas de solution
c) $\frac{4}{5}x^2 = 5 \Leftrightarrow x^2 = 5\,\frac{5}{4} \Leftrightarrow x^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$ ou $x=-\frac{5}{2}$

Exercice 8 P138
a) $(x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow (x-1) = 2$ ou $(x-1) = -2 \Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -1$
b) $(x-1)^2 = 2 \Leftrightarrow (x-1) = \sqrt{2}$ ou $(x-1) = -\sqrt{2} \Leftrightarrow x = 1+\sqrt{2}$ ou $x = 1-\sqrt{2}$
c) $(3x+4)^2 = 9 \Leftrightarrow 3x+4 = -3$ ou $3x+4 = 3 \Leftrightarrow 3x = -7$ ou $3x = -1$
d) $(-5x-1)^2 = 3 \Leftrightarrow -5x - 1 = \sqrt{3}$ ou $-5x - 1 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow -5x = 1 + \sqrt{3}$ ou $-5x = 1 - \sqrt{3}$
$\Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt{3}}{-5}$ ou $x = \frac{1-\sqrt{3}}{-5}$
e) $(2x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = 3/2$
f) $(2x-3)^2 = -3$ n'a pas de solution car un carré d'un réel n'est jamais négatif.

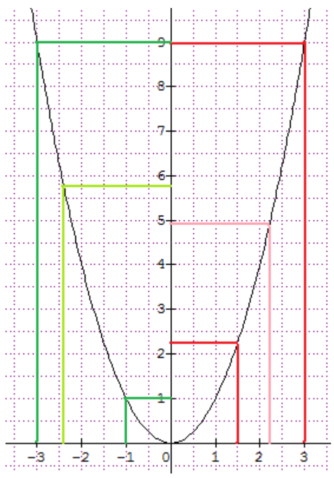
Exercice 9 P138
On voit que sur la courbe le point d'abscisse 1,5 est plus bas que celui d'abscisse 2,6, donc $1,5^2<2,6^2$
A partir de 0, plus on va sur la droite plus la courbe est haute. Donc si on prends a plus grand que 2,6 on sera a droite du point de coordonnées $(2,6\,;2,6^2)$ donc plus haut donc $2,6^2<a^2$
A partir de 0, plus on va sur la gauche plus la courbe est haute. Donc si on prend a plus petit que -1 on sera a gauche du point de coordonnées $(-1\,;(-1)^2)$ donc plus haut donc $a^2<-1^2$

Exercice 11 P139



a) Pour résoudre l'inéquation $x^2 \leq 4$ je trace la droite d'équation y = 4 et les solutions seront les abscisses des points de la courbe qui seront sous ou sur la droite.
J'ai mis la zone des x solutions en vert sur le dessin. S=[-2 ;2]
J'ai procédé avec le même raisonnement pour les autres inéquations
b) les solutions sont en rouge $S=]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$
c) les solutions sont en orange $S = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$
d) les solutions sont en bleu $S=]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$

Exercice 13P139
1) 2) on a bien $a^2 \leq x^2 \leq b^2$
3) non l'égalité n'est pas vérifiée on aura à la place : $b^2 \leq x^2 \leq a^2$



Exercice 23P139

$(3\text{-}t)^2 = 9 - 6t + t^2$

$(1+6y)^2 = 1 + 12y + 36t^2$

$\left(\frac{5}{3}t - 6\right)^2 = \frac{25}{9}t^2 - 20t + 36$

$(2\text{-}4u)^2 = 4\text{-}16u + 16u^2$

$\left(\sqrt{2}x - 1\right)^2 = 2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1$

$\left(\sqrt{2}u - 1\right)\left(\sqrt{2}u + 1\right) = 2u^2 - 1$

Exercice 24 P140

a) $(x+3)^2\text{-}2(x\text{-}2) = x^2+6x+9\text{-}2x+4 = x^2 + 4x\ 13$

$3(4+2t)^2\text{-}5 = 3(16+16t+4t^2)\text{-}5$

$= 48 + 48t + 12t^2 - 5$

$=12t^2+48t+43$

d) $2\left(\frac{x}{2} - 3\right)^2 - (x+3)^2 = 2\left(\frac{x^2}{4} - 3x + 9\right) - (x^2 + 6x + 9)$

$= \frac{x^2}{2} - 6x + 18 - x^2 - 6x - 9$

$= \frac{-x^2}{2} - 12x + 9$

b) $(2a\text{-}1)^2 = 4a^2\text{-}4a+1$

c) $(2\text{-}x)^2 + 4(x\text{-}5)$

$=4\text{-}2x+x^2+4x\text{-}20$

$= x^2 + 2x\ \text{-}16$

Exercice 27 P140

a) $x^2\text{-}2x+1 = (x\text{-}1)^2$

$x^2 - \frac{1}{16} = \left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right)$

b) $4t^2\text{-}12t+9 = (2t\text{-}3)^2$

$4 + 8x + 4x^2 = 4(1+2x+x^2) = 4\,(1+x)^2$

$xy + yz = y(x+z)$

$(t\text{-}5)^2\text{-}9 = (t\text{-}5)^2 - 3^2 = [t\text{-}5\text{-}3][t\text{-}5+3]=(t\text{-}8)(t\text{-}2)$

$4a^2\text{-}9=(2a\text{-}3)(2a+3)$

$x^2+2x+1 = (x+1)^2$

$b^2 - 3b + \frac{9}{4} = \left(b - \frac{3}{2}\right)^2$

c) $3x^2 + x = x(3x+1)$

$2a^2b\text{-}b = b(2a^2 - 1)$

Exercice 28 P140

a) $4(x\text{-}1)^2\text{-}2(x\text{-}1)(x+3)=(x\text{-}1)[4(x\text{-}1) - 2(x+3)]$

$= (x\text{-}1)[4x\text{-}4\text{-}2x\text{-}6] = (x\text{-}1)(2x\text{-}10) = (x\text{-}1)(x\text{-}5)2$

b) $(x\text{-}1)^2\text{-}2(x\text{-}1) + 1 = [(x\text{-}1)\text{-}1]^2 = (x\text{-}2)^2$

$(2a\text{-}1)^2\text{-}7=[2a\text{-}1]^2\text{-}\sqrt{7}^2$

$=[2a\text{-}1\text{-}\sqrt{7}]\ [2a\text{-}1+\sqrt{7}]$

$4(x\text{-}2)^2\text{-}16 = [2(x\text{-}2)]^2\text{-}4^2$

$= ([2(x-2)] - 4)([2(x-2)] + 4)$

$=(2x\text{-}8)(2x)$

Exercice 31 P140

1) a) $\frac{1}{x} = 4 \quad \frac{1}{4} = x$

c) $\frac{1}{x} = \frac{-5}{1}\, x = \frac{1}{-5}$

2) a) $3 + \frac{1}{x} = 5 \quad \frac{1}{x} = 2$; $x = \frac{1}{2}$

c) $\frac{5}{2x-1} = 1$; $2x - 1 = 5$; $x = 2$

b) $\frac{1}{x} = \frac{-1}{2} \quad x = -2$

b) $\frac{1}{x+1} = 2$; $x+1 = \frac{1}{2}$; $x = \frac{-1}{2}$

Exercice 32 P140

1) Grâce à la courbe on peut lire que f(1,5) >f(1,6) donc on aura : $\frac{1}{1,5} > \frac{1}{1,6}$

2) on peut lire que $\frac{1}{0,3} > \frac{1}{1,5}$; $\frac{1}{-2} < \frac{1}{-3}$; $\frac{1}{-4} > \frac{1}{-3,6}$

3) on a $-4 < 3$ et pourtant $\frac{1}{-4} < \frac{1}{3}$, pour que la propriété soit vraie il faudrait rajouter une condition :

si a<b et a et b sont tous deux dans $\mathbb{R}_+^*$ ou toutes deux dans $\mathbb{R}_-^*$ alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

Exercice 35 P140

$a = \frac{\frac{1}{3}}{4} = \frac{1}{3} \div 4 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

$b = \frac{1}{\frac{3}{4}} = 1 \div \frac{3}{4} = \frac{1}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$

Exercice 43 P140

Les paraboles sous forme de dômes ont un coefficient multiplicateur négatif, plus le dome est aplati plus le coefficient multiplicateur est proche de 0, si on ajoute à ax^2 une constante b alors la parabole est déplacée verticalement. On en déduit que : C_1 correspond à y=0,3x ; C_2 : $y = x^2-2$; C_3 : $y = x^2$; C_4 : $y= x^2+1$; C_5 : $y = 3x^2$; C_6 : $y= -x^2$; C_7 : $y = -2x^2$

Exercice 44 P140

Si la fonction inverse est multipliée par un coefficient négatif, sa courbe occupera les cadrans II et IV au lieu des I et III habituels. Plus le coefficient multiplicatif a une grande valeur absolue plus la courbe sera éloignée de l'axe des abscisses. On en déduit que : C_1 correspond à $y=\frac{4}{x}$; C_2 : $y = \frac{1}{x}$; C_3 : $y = \frac{-2}{x}$; C_4 : $y= \frac{-1}{x}$

Exercice 45 P140

a) Si f(x) = f(-x) alors la fonction est paire pour deux abscisses opposées on obtient la même ordonnée, donc il faudra tracer le symétrique de la courbe par rapport à l'axe des ordonnées.
b) Si f(x) = -f(-x) alors la fonction est paire pour deux abscisses opposées on obtient des ordonnées opposées, donc il faudra tracer le symétrique de la courbe par rapport à l'origine.

Exercice 51P142

a) $f(x) = x + \frac{1}{x}$ a pour valeur interdite : 0 et donc son ensemble de définition sera $\mathbb{R}^*$
b) $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$ a pour valeur interdite : -3 et donc son ensemble de définition sera : $\mathbb{R}\backslash\{-3\}$
c) $f(x) = \frac{5x+3}{(x-5)(7x-4)}$ a pour valeurs interdites : 5 et $\frac{4}{7}$ et donc $D_f = \mathbb{R}\backslash\left\{5;\frac{4}{7}\right\}$

Exercice 53P142

a) $f(x) = \sqrt{x+2}$ valeurs interdites : $]-\infty;-2[$ donc $D_f = \mathbb{R}\backslash]-\infty;-2[$ =[2 ;+ ∞[
b) $f(x) = \sqrt{3-2x}$ valeurs interdites :]1,5 ;+ ∞[donc $D_f = \mathbb{R}\backslash]1{,}5\,;+\infty[=]-\infty;1{,}5]$
c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x+5}}$ valeurs interdites : $]-\infty;-\frac{5}{4}]$ donc $D_f = \mathbb{R}\backslash]-\infty;-\frac{5}{4}] =]-\frac{5}{4}\,;+\infty[$
d) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-4}$ valeurs interdites : 4 et $]-\infty;0[$donc $D_f = [0;4[\cup]4;+\infty[$