Corrections d'exercices sur les équations et inéquations

Exercice 1P 163
On admettra que les tendances observées sur le graphique se poursuivent au de là
a) je considère C_f et la droite horizontale d'équation y = 3 , et je peux ainsi lire que 5 est le seul antécédent de 3 par f lisible sur le graphique.
b) C_g coupe l'axe des abscisses en x=1 donc g(x) = 0 a pour solution 1
c) C_g coupe la droite d'équation y = 3 pour x = 3 , avant cette valeur la courbe est sous la droite donc g(x) < 3 aura pour solutions $]-\infty; 3[$ (mais on n'a aucune garantie :peut être qu'en dehors de la partie représentée , on se rend compte que la courbe n'est pas une droite mais une ligne brisée et là tout est possible : elle pourrait recroiser la droite d'équation y =3)
d) la courbe C_f traverse l'axe des abscisses en x= 1 , à partir de cette valeur la courbe est au-dessus donc $f(x) \geq 0$ a pour solutions $[1; +\infty[$ (sous réserve)
e) C_g coupe C_f pour x =1 et $x = \alpha \approx -1{,}2$ la val donc f(x) = g(x) a deux solutions visibles : 1 et environ -1,2
f) C_h coupe C_f pour x =7 donc f(x) = h(x) a une solution visible 7
g) C_g coupe C_h pour x =3 et à partir de cette valeur elle est au-dessus (alors qu'auparavant elle était en dessous donc f(x) ≥ h(x) a pour solution $[3; +\infty[$
h) sur le graphique on voit que C_g est sous C_f de α à 1 donc S =] α ;1[
i) la courbe C_f traverse l'axe des abscisses en x= 1 , à partir de cette valeur la courbe est au-dessus donc $f(x) < 0$ a pour solutions $]-\infty; 1[$ (sous réserve)

Exercice 2 P 163
a)
test avec x = 2 : d'une part x + 3 = 2 + 3 = 5 d'autre part $5x^2$ - 1 = 5×2^2 - 1 = 19 donc 2 n'est pas solution
test avec x = -1 : d'une part x + 3 = -1 + 3 = 2 d'autre part $5x^2$ - 1 = $5\times(-1)^2$ - 1 = 4 donc -1 est solution
test avec x = 0 : d'une part x + 3 = 0 + 3 = 3 d'autre part $5x^2$ - 1 = 5×0^2 - 1 = -1 donc 0 n'est pas solution
test avec x = 1 : d'une part x + 3 = 1 + 3 = 4 d'autre part $5x^2$ - 1 = 5×1^2 - 1 = 4 donc 1 est solution
test avec x =$\sqrt{2}$: d'une part x + 3 = $\sqrt{2}$ + 3 d'autre part $5x^2$ - 1 = $5\times\sqrt{2}^2$ - 1 = 9 donc $\sqrt{2}$ n'est pas solution
b)
test avec x = 2 , $3x^4 - x = 3 \times 2^4 - 2 = 46$ or 46≠ 0 donc 2 n'est pas solution
test avec x = -1 , $3x^4 - x = 3 \times (-1)^4 - (-1) = 4$ or 4≠ 0 donc -1 n'est pas solution
test avec x = 0 , $3x^4 - x = 3 \times 0^4 - 0 = 0$ donc 0 est solution
test avec x = 1 , $3x^4 - x = 3 \times 1^4 - 1 = 2$ or 2≠ 0 donc 1 n'est pas solution
test avec x = $\sqrt{2}$, $3x^4 - x = 3 \times \sqrt{2}^4 - \sqrt{2} = 12 - \sqrt{2}$ or $12 - \sqrt{2} \neq 0$ donc $\sqrt{2}$ n'est pas solution
c)
$\frac{x+2}{x-1} = 0$ est étudiable pour tout x différent de 1, donc nous ne ferons pas de test pour x = 1
test avec x = 2 , $\frac{x+2}{x-1} = \frac{2+2}{2-1} = 4$ or 4≠ 0 donc 2 n'est pas solution
test avec x = -1 , $\frac{x+2}{x-1} = \frac{-1+2}{-1-1} = -0{,}5$ or -0,5≠ 0 donc -1 n'est pas solution
test avec x = 0 , $\frac{x+2}{x-1} = \frac{0+2}{0-1} = -2$ or -2≠ 0 donc 0 n'est pas solution
test avec x = $\sqrt{2}$, $\frac{x+2}{x-1} = \frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}-1} \neq 0$ donc $\sqrt{2}$ n'est pas solution
d)
test avec x = 2 : d'une part $x^3 = 2^3 = 8$ d'autre part 2x = 2×2 = 4 donc 2 n'est pas solution
test avec x = -1 : d'une part $x^3 = (-1)^3 = -1$ d'autre part 2x = $2\times(-1)$ = -2 donc (-1) n'est pas solution
test avec x = 0 : d'une part $x^3 = 0^3 = 0$ d'autre part 2x = 2×0 = 0 donc 0 est solution
test avec x = 1 : d'une part $x^3 = 1^3 = 1$ d'autre part 2x = 2×1 = 2 donc 1 n'est pas solution
test avec x = $\sqrt{2}$: d'une part $x^3 = \sqrt{2}^3 = 2\sqrt{2}$ d'autre part 2x = $2\sqrt{2}$ donc $\sqrt{2}$ est solution

Exercice 5P163
1) $f(1) = g(1) = 1$; $f(-1) = g(-1) = -1$ et $f(0) = g(0) = 0$
2) on peut avoir l'impression que l'on a $f(x) = g(x)$ pour tout x mais si on teste avec d'autres valeurs que celles qui sont proposées.

Exercice 7P163
Les deux courbes sont confondues et pour cause : les deux fonctions bien qu'exprimées de manières différentes sont identiques (il suffit de les développer toutes les deux pour pouvoir le constater).

Exercice 8P163
a) $2x(x-1) - 3 = x^2 + (x+1)^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 3 = 2x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow -4 = 4x \Leftrightarrow x = -1$
b) $(3x+1)^2 - (x+1)(3x+4) = 0 \Leftrightarrow 9x^2 + 6x + 1 - [3x^2 + 4x + 3x + 4] = 0 \Leftrightarrow -3 = x$
c) $3 - (x+4)^2 = 4(x+5) - x^2 \Leftrightarrow 3 - x^2 - 8x - 16 = 4x + 20$ ça ne donnera pas d'équation affine.

Exercice 10P164
On peut résoudre a, b et e sans changer les expressions.
a) Les solutions sont 1 et -1,5 b) les solutions sont 0 (solution double) et -3 c) Les solutions sont 2,5 et -1

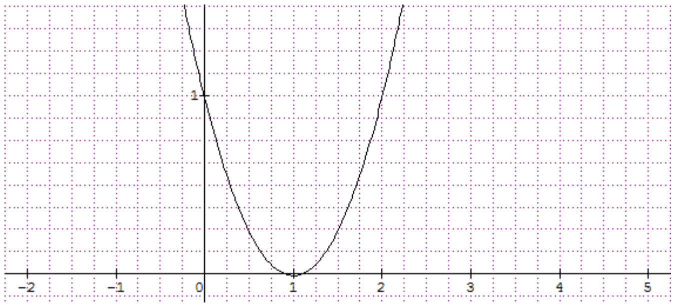
Exercice 11P164
a) Les solutions sont -2,5 et 0 (trivial) b) $5x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow x(5x+12) = 0$ $S = \{0; -2{,}4\}$
c) $x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(x^2-5) = 0 \Leftrightarrow x(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5}) = 0 \Leftrightarrow S = \{0; -\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$
d) $S = \{0{,}5; -1\}$

Exercice 15P164
La méthode 1 : on reconnaît une équation de la forme $X^2 = a$ cette approche est utilisée au a et c
La méthode 2 : je reconnais l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ cette approche est utilisée au b et d
a) $(x+2)^2 = 9$ or $9>0$ donc soit $x+2 = 3$ ou $x+2 = -3$ ainsi $x = 1$ ou -5
b) $(2x+7)^2 - (x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow [(2x+7) - (x+1)][(2x+7) + (x+1)]=0$
$\Leftrightarrow (x+6)(3x+8)=0 \Leftrightarrow S = \left\{-6; \frac{-8}{3}\right\}$
c) $(5x-1)^2 = 4x^2$ or $4x^2 \geq 0$ donc soit $(5x-1) = 4x$ soit $(5x-1) = -4x \Leftrightarrow x = 1$ ou $9x = 1 \Leftrightarrow S = \left\{1; \frac{1}{9}\right\}$
d) $\frac{1}{9}x^2 - (5x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{3}\right)^2 - (5x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{3} - (5x-1)\right)\left(\frac{x}{3} + (5x-1)\right) = 0$
$\Leftrightarrow \left(\frac{-14x}{3} + 1\right)\left(\frac{16x}{3} - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{14x}{3} = 1$ ou $\frac{16x}{3} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{3}{14}$ ou $x = \frac{3}{16}$

Exercice 16P164
1) la forme factorisée est : $f(x) = (3x-1)(x+1)$ la version développée est : $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$
2) a) $f(0) = 3\times0^2 + 2\times0 - 1 = -1$
b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow (3x-1)(x+1)=0 \Leftrightarrow 3x - 1 = 0$ ou $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x=1/3$ ou $x = -1$
c) $f(-1) = 3\times(-1)^2 + 2\times(-1) - 1 = 0$ ou encore $f(-1) = (3(-1) - 1)(-1+1) = 0$
d) $f(x) = 3x^2 - 1 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 3x^2 - 1 \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Exercice 18P164
1) a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -3$
b) $g(x) = x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$ donc $g(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou -1
2) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow (x-1)(x+3) = (x-1)(x+1) \Leftrightarrow (x-1)(x+3) - (x-1)(x+1) = 0$
$\Leftrightarrow (x-1)[(x+3) - (x+1)] = 0 \Leftrightarrow 2(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$
3) la courbe représentative de f (la plus basse des deux paraboles) coupe l'axe des abscisses en 1 et -3 : 1.a
La courbe représentative de g (la plus haute des deux paraboles) coupe l'axe des abscisses en 1 et -1 : 1.b
Les deux courbes se coupent en x= 1 : question 2

Exercice 19P164



Les coordonnées du point d'intersection sont illisibles, seul le curseur peut nous donner une idée.
Il indique que la première solution de f(x) = 0 est comprise entre 0,82 et 0,91 alors que la seconde est comprise entre et 1,05 et 1,13.
(x-0,9)(x-1,1) = x^2 - 1,1x – 0,9x + 0,99 = x^2 -2x + 0,99 = f(x)
Donc f(x) = 0 ⇔ (x-0,9)(x-1,1) = 0 ⇔ x = 0,9 ou x = 1,1

Exercice 21P164

a) $\frac{1}{x} = 4$ n'est pas étudiable pour x = 0, en dehors on aura $\frac{1}{x} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{4}{1} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$
b) $\frac{2}{x} = \frac{1}{4}$ n'est pas étudiable pour x = 0, en dehors on aura $\frac{2}{x} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow$ x = 8
c) $\frac{2}{x+6} = 1$ n'est pas étudiable pour x = -6, en dehors on aura $\frac{2}{x+6} = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{x+6} = \frac{1}{1} \Leftrightarrow$ 2 = x + 6 ⇔ x = -4

Exercice 22P164

$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, ici on a : $\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{R_2}$ donc $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{R_2}$ donc $\frac{1}{12} = \frac{1}{R_2}$ donc $R_2 = 12\Omega$

Exercice 28P165

a) $\frac{x}{4x+1} = 1$ donc si x ≠ $\frac{-1}{4}$ c'est équivalent à $\frac{x}{4x+1} = \frac{1}{1} \Leftrightarrow$ x = 4x + 1 ⇔ -3x = 1 ⇔$x = \frac{-1}{3}$
b) 2x+1 = 1,25x ⇔$\frac{3}{4}$x = -1 ⇔ x = $\frac{-4}{3}$
c) $1 - \frac{1-x}{3} = 2 \Leftrightarrow$ 3 – (1-x) = 6 ⇔ 2 + x = 6 ⇔ x = 4
d) $\frac{4-2x}{6} = 2 \Leftrightarrow$ 4 – 2x = 12 ⇔ -8 = 2x ⇔ -4 = x

Exercice 29P165

a) $x - \frac{x+4}{x+1} = 0$ est équivalent pour x ≠ -1 à x^2 + x - x – 4 = 0 ⇔ x^2 - 4 = 0 ⇔ (x-2)(x+2) = 0
⇔ x = 2 ou x = -2
b) $x - \frac{1-2x}{x-2} = 0$ est équivalent pour x ≠ -2 à x^2 -2x – 1+2x = 0 ⇔ x^2 - 1 = 0 (x-1)(x+1) = 0
⇔ x = 1 ou x = -1
c) $\frac{2}{x+1} - \frac{3}{x-1} = \frac{5x}{x^2-1}$ est équivalent pour x ≠ -1 et x ≠ 1 à $\frac{2}{x+1} - \frac{3}{x-1} = \frac{5x}{(x-1)(x+1)}$
⇔ $\frac{2}{x+1}(x-1)(x+1) - \frac{3}{x-1}(x-1)(x+1) = \frac{5x}{(x-1)(x+1)}(x-1)(x+1)$ ⇔2(x-1) – 3(x+1) = 5x
⇔-x – 5 = 5x ⇔ -5 = 6x ⇔ $\frac{-5}{6} = x$
d) $\frac{2x+1}{x-4} = \frac{2x-8}{x+4}$ est équivalent pour x ≠ -4 et x ≠ 4 à $\frac{2x+1}{x-4}(x-4)(x+4) = \frac{2x-8}{x+4}(x-4)(x+4)$
⇔ $(2x+1)(x+4) = (x-4)(2x-8)$ ⇔ $2x^2$ + 8x + x + 16 = $2x^2$ - 8x - 8x + 32 ⇔ 25x = 16 ⇔ x= 0,64

Exercice 32P165

1) x^2 - $(x-3)^2$ est la bonne formule, or x^2 - $(x-3)^2$ = x^2 - (x^2 - 6x + 9) = 6x – 9 donc les bonnes réponses sont la c et la d
2) 6x – 9 = 27 ⇔ 6x = 36 ⇔ x = 6

Exercice 34P166

Soit x le prix initial, $x\left(1+\frac{5}{100}\right)=27,3 \Leftrightarrow$ 1,05x=27,3 $\Leftrightarrow$ x = 26, le prix initial était donc de 26€

Exercice 35P166

1) $120\left(1+\frac{10}{100}\right)=120\times 1,1=132$ donc après la première augmentation le prix est de 132€

$132\left(1+\frac{10}{100}\right)=132\times 1,1=145,2$ donc après la seconde augmentation le prix est de 145,2€

2) $120\left(1+\frac{20}{100}\right)=120\times 1,2=144$ si on avait fait une seule augmentation de 20% le prix aurait été de 144€

3) soit t le pourcentage de chaque augmentation $120\left(1+\frac{t}{100}\right)^2=144 \Leftrightarrow \left(1+\frac{t}{100}\right)^2=1,2$

Or 1,2>0 donc $\left(1+\frac{t}{100}\right)=\sqrt{1,2}$ ou $\left(1+\frac{t}{100}\right)=-\sqrt{1,2}$, vu que t est positif seule la première solution est acceptable ainsi $\frac{t}{100}=\sqrt{1,2}-1 \Leftrightarrow t=100\left(\sqrt{1,2}-1\right)\approx 9,5$

Exercice 38P166

a) comme x^2 est toujours positif, x^2+3 l'est aussi

b) pour tout $x\geq 0$ on a : $\sqrt{x}\geq 0$ donc pour tout $x\geq 0$ on a : $-2\sqrt{x}\leq 0$

c) si x<0 1/x <0 et donc 4/x < 0 et -4/x > 0

d) si $x\geq 0$ alors $4x^2\geq 0$ et $3x\geq 0$ donc $4x^2+3x+4\geq 0$

Exercice 40P166

1) On place x=-3 dans la partie orange , et donc f(-3) <0
2) f(6) <0 et f(0) >0
3) f(-1) = 0 et f(3) = 0

Exercice 41P166

1) f est négative pour x valant -1,5 ; -1,2 ; -1,1 ; 0 ; 0,5
2) f est négative (largement) sur [-2 ;1]
3) f(x) <0 a pour solution]-2 ;1[

Exercice 42P166

a) f(x) > 0 S=]-1 ;0[
b) f(x) ≥ 0 S=[-1 ;0]
c) f(x)<0 $S=]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$

Exercice 43P166

1) la double barre verticale indique que 1 est une valeur interdite
2) S =]1 ;6]

Exercice 44P167 ça sera la première courbe

Exercice 45P167

Les solutions sont -1 ; 2 et 4

f est positive sur [-1 ;2] et sur [4 ;+ ∞[(sous réserve)

f est négative sur]- $\infty;-1$] et sur [2 ;4]

Exercice 46P167

x	$-\infty$		2		$+\infty$
-2x+4		+	0	-	

2)

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
3x+3		-	0	+	

3)

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
-2x+4		+		+	0	-	
3x+3		-	0	+		+	
(3x+3)(-2x+4)		-	0	+	0	-	

Exercice 47P167

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
x-3		-		-	0	+	
2x-1		-	0	+		+	
(x-3)(2x-1)		+	0	-	0	+	

Exercice 48P167

x	$-\infty$		-4		1,5		$+\infty$
3-2x		+		+	0	-	
3x+3		-	0	+		+	
(x+4)(3-2x)		-	0	+	II	-	

Exercice 49P167

On pose $f(x) = (x^2-4)(1-x) = (x-2)(x+2)(1-x)$

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
x+2		-	0	+		+		+	
x-2		-		-		-	0	+	
1-x		+		+	0	-		-	
f(x)		+	0	-	0	+	0	-	

On pose $g(x) = (x^2-4)/(1-x) = (x-2)(x+2)/(1-x)$

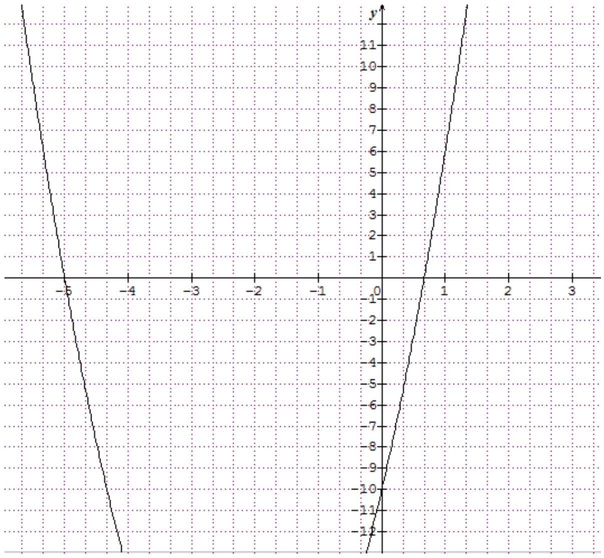
x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
x+2		-	0	+		+		+	
x-2		-		-		-	0	+	
1-x		+		+	0	-		-	
g(x)		+	0	-	II	+	0	-	

Exercice 51P167

a) $5-3x \geq -4 \Leftrightarrow 9 \geq 3x \Leftrightarrow 3 \geq x$
b) $2x + 1 \geq \frac{5}{4}x \Leftrightarrow \frac{3}{4}x \geq -1 \Leftrightarrow x \geq -\frac{4}{3}$
c) $2(3-x) \geq x + 1 \Leftrightarrow 6 - 2x \geq x + 1 \Leftrightarrow 5 \geq 3x \Leftrightarrow \frac{5}{3} \geq x$
d) $-2x - \sqrt{2} < 0 \Leftrightarrow -2x < \sqrt{2} \Leftrightarrow x > \frac{-\sqrt{2}}{2}$

Exercice 52P167
1 et 2 les inéquations a et b sont équivalentes, car on a soustrait le même nombre de chaque côté pour la première, et que l'on a divisé par le même nombre positif non nul pour la seconde, ces opérations respectent l'ordre.

3 visiblement pour passer de a à b on a multiplié de chaque côté par x+1 or des fois x+1 est positif (le sens reste alors inchangé) des fois il est positif (ce qui change l'ordre). Donc



Exercice 53P167

x	$-\infty$		-5		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
3x-2		-		-	0	+	
x+5		-	0	+		+	
(3x-2)(x+5)		+	0	-	0	+	

$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -5[\cup]\frac{2}{3}; +\infty[$

On retrouve ce résultat sur la courbe en regardant pour quels x est ce qu'elle est au-dessus de l'axe des abscisses.

Exercice 55P167
a)

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
x-2		-		-	0	+	
x+1		-	0	+		+	
$\frac{(x-2)}{(x+1)}$		+	||	-	0	+	

Donc $\frac{(x-2)}{(x+1)} \geq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -1[\cup [2; +\infty[$
b)

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
2-4x		+	0	-		-	
x-3		-		-	0	+	
$\frac{2-4x}{x-3}$		-	0	+	||	-	

Donc $\frac{2-4x}{x-3} < 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; \frac{1}{2}[\cup [3; +\infty[$
c)

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
x^2		+		+	0	+	
x+3		-	0	+		+	
$\frac{x^2}{(x+3)}$		-	||	+	0	+	

Donc $\frac{x^2}{(x+3)} > 0 \Leftrightarrow x \in]-3; 0[\cup [0; +\infty[$
d)

x	$-\infty$		$\frac{-2}{3}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
3x+2		-	0	+		+		+	
4x-1		-		-	0	+		+	
5-2x		+		+		+	0	-	
$\frac{(3x+2)(4x-1)}{5-2x}$		+	0	-	0	+	||	-	

Donc
$\frac{(3x+2)(4x-1)}{5-2x} \geq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; \frac{-2}{3}] \cup [\frac{1}{4}; \frac{5}{2}[$