

Contrôle n°6 : probabilités

Exercice 1

Soit une expérience aléatoire en deux étapes, on choisi au hasard une urne 1 ou 2 sachant que l'urne 1 a deux chances sur trois d'être sélectionnée, dans l'urne 1 il y a 8 boules indiscernables au toucher : 3 rouges, 4 vertes, 1 jaune. Dans l'urne 2 il y a 5 boules indiscernables au toucher : 2 vertes et 3 jaunes.

- 1) Faire un arbre
- 2) Déterminez les probabilités des événements suivants J : « on a une boule jaune », D : « on a sélectionné l'urne 2 », V : « on a une boule verte », R : « on a une boule Rouge », $R \cap D$, $R \cup D$, \bar{J}

Exercice 2

Les statistiques policières de la ville de New-York constatent que deux tiers des 600 homicides sont commis par des adultes et un tiers par des mineurs. 360 de ces crimes ont été commis avec une arme à feu (et les autres à l'arme blanche). D'autre part, la moitié des adultes a utilisé une arme à feu.

1. Représenter ces résultats dans un tableau, le compléter.
2. Quelle est la probabilité qu'un crime ait été commis à l'arme blanche ?
3. Quelle est la probabilité qu'un crime ait été commis par un adulte à l'arme blanche ?
4. Le petit Jack est un mineur, qui doit trouver de quoi se payer une dose de crack. Il décide de tracter un bourgeois. Quelle est la probabilité qu'il utilise une arme à feu ?
5. Joe le balafre est dans une ruelle, un couteau planté dans le ventre. Quelle est la probabilité que ce soit un mineur qui ait fait le coup ?

	adulte	mineur	Total
arme à feu			
arme blanche			
Total			

Exercice 3

Complétez le tableau en vous inspirant des deux premières lignes.

Nom	description	composition de l'ensemble
Ω	Univers des possibles : "les nombres de 1 à 20"	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15;16;17;18;19;20}
A	les nombres plus petits ou égaux à 10	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10}
B	les nombres impairs	
C	les multiples de 3	
D	les nombres compris entre 5 et 13 (largement)	
E		{7;8;9;10;11}
F		{4;8; 12;16;20}
\bar{D}		
$A \cap B$		
$C \cap B$		
$D \cup E$		
$\overline{A \cup F}$		
$\bar{A} \cap \bar{F}$		
$\bar{C} \cap B$		

Exercice 4

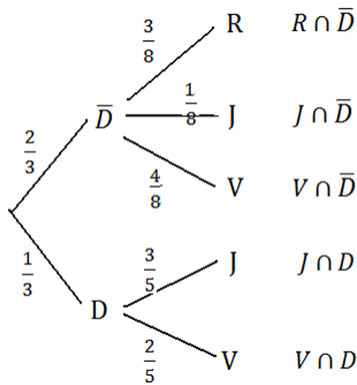
Sur un dé truqué, la probabilité d'obtenir une face est proportionnelle au chiffre indiqué.

- 1) Complétez le tableau.
- 2) On jette le dé deux fois. Quelle est la probabilité d'obtenir un double ? (vous pouvez utiliser un arbre astucieux : pour le deuxième tirage soit B : « le premier tirage est répété » soit il ne l'est pas : \bar{B})

tirage	1	2	3	4	5	6
probabilité						

Correction

Exercice 1



1) $R \cap \bar{D}$
 2) $P(J) = P(J \cap D) + P(J \cap \bar{D}) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{5} + \frac{1}{12} = \frac{17}{60}$
 $P(D) = \frac{1}{3}$
 $P(R) = P(R \cap \bar{D}) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$
 $P(V) = P(V \cap D) + P(V \cap \bar{D}) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{4}{8} = \frac{2}{15} + \frac{1}{3} = \frac{7}{15}$
 $P(R \cap D) = 0$
 $P(R \cup D) = P(R) + P(D) - P(R \cap D) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 0 = \frac{7}{12}$
 $P(\bar{J}) = 1 - P(J) = 1 - \frac{17}{60} = \frac{43}{60}$

	adulte	mineur	Total
arme à feu	200	160	360
arme blanche	200	40	240
Total	400	200	600

Exercice 2 17min

- 1.
2. $P(\text{« le crime a été commis à l'arme blanche »}) = \frac{240}{600} = 0,4$
3. $P(\text{« un crime ait été commis par un adulte à l'arme blanche »}) = \frac{200}{600} = \frac{1}{3}$
4. $P(\text{« Le petit Jack utilise une arme à feu »}) = P_{\text{mineur}}(\text{arme à feu}) = \frac{P(\text{mineur et arme à feu})}{P(\text{mineur})} = \frac{\frac{160}{600}}{\frac{200}{600}} = \frac{160}{200} = \frac{4}{5}$
5. $P(\text{« l'arme blanche ait été utilisée par un mineur »}) = P_{\text{arme blanche}}(\text{mineur}) = \frac{P(\text{mineur et arme blanche})}{P(\text{arme blanche})} = \frac{\frac{40}{600}}{\frac{240}{600}} = \frac{40}{240} = \frac{1}{6}$

Remarque pour gagner du temps j'aurai pu noter B : « le crime a été commis à l'arme blanche », et A : « un crime ait été commis par un adulte à l'arme blanche », ainsi mes réponses auraient été bien plus courtes

Exercice 3 12min

Nom	description	composition de l'ensemble
Ω	Univers des possibles : "les nombres de 1 à 20"	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15;16;17;18;19;20}
A	les nombres plus petits ou égaux à 10	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10}
B	les nombres impairs	{1;3;5;7;9;11; 13; 15; 17; 19}
C	les multiples de 3	{3; 6; 9; 12;15; 18}
D	les nombres compris entre 5 et 13 (largement)	{5;6;7;8;9;10;11;12;13}
E	les nombres compris entre 7 et 11 (largement)	{7;8;9;10;11}
F	Les multiples de 4	{4;8; 12;16;20}
\bar{D}	les nombres <5 ou >13	{1;2;3;4;14;15;16;17;18;19;20}
$A \cap B$	Les nombres impairs inférieurs ou égaux à 10	{3; 6; 9}
$C \cap B$	Les nombres impairs multiples de 3	{3; 9; 15}
$D \cup E$	Les nombres compris entre 5 et 13 ou entre 7 et 11 (largement)	{5;6;7;8;9;10;11;12;13}
$\overline{A \cup F}$	Les nombres qui ne sont pas plus petits ou égaux à 10 ou multiples de 4	{12; 16; 20}
$\bar{A} \cap \bar{F}$	Les nombres qui sont ni plus petits ou égaux à 10 ni multiples de 4	{12; 16; 20}
$\bar{C} \cap B$	Les nombres qui ne sont pas multiples de 3 et qui sont impairs	{1;5;7;11; 13; 17; 19}

Exercice 4

soit x le coefficient de probabilité on aura donc $P(\{1\})=1x$, $P(\{2\})=2x$, $P(\{3\})=3x$, ..., $P(\{6\})=6x$ et donc $P(\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}) = 1x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 21x$ or on sait que $P(\{1; 2; 3; 4; 5; 6\})=1$ donc $x = \frac{1}{21}$ et donc $P(\{1\})=\frac{1}{21}$, $P(\{2\})=\frac{2}{21}$, $P(\{3\})=\frac{3}{21}$, ..., $P(\{6\})=\frac{6}{21}$
 $P(\text{« double »}) = P(\{(1;1)\}) + P(\{(2;2)\}) + P(\{(3;3)\}) + P(\{(4;4)\}) + P(\{(5;5)\}) + P(\{(6;6)\})$
 $= \frac{1}{21} \times \frac{1}{21} + \frac{2}{21} \times \frac{2}{21} + \frac{3}{21} \times \frac{3}{21} + \frac{4}{21} \times \frac{4}{21} + \frac{5}{21} \times \frac{5}{21} + \frac{6}{21} \times \frac{6}{21}$
 $= \frac{1}{441} (1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36) = \frac{91}{441} = \frac{13}{63}$

Remarque : pour trouver le coefficient de proportionnalité, je pouvais rajouter une colonne : total, j'aurais obtenu 21 pour la somme des tirages possibles et 1 pour la somme des probabilités, d'où un coefficient de proportionnalité de 1/21, le reste du tableau se complétait alors en 15 secondes.