

DS 8 : Géométrie plane et Equations

Exercice 1

Résoudre les inéquations suivantes et représenter sommairement leurs solutions:

1) $5x - 3 > 12x - 9$ 2) $\frac{3x}{2} - \frac{4}{5} \leq \frac{5}{3} - \frac{3}{7}x$

Exercice 2

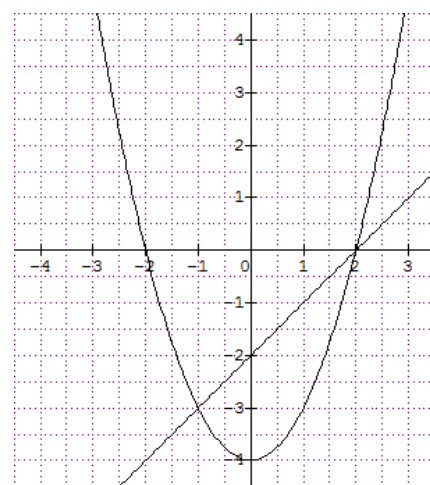
Soit f et g les fonctions définies respectivement par : $f(x) = (x+3)(5x-7) - 3x(5x-7)$ et $g(x) = 3x - 10x^2$

- 1) Donnez une version factorisée de f(x), puis une version développée.
- 2) Utilisez la version appropriée pour résoudre les équations suivantes : $f(x) = 0$ et $f(x) = g(x)$

Exercice 3

Repassez en rouge la courbe représentant la fonction $f(x) = x^2 - 4$ et en vert la courbe représentant $g(x) = x - 2$.

- 1) résolvez graphiquement les équations suivantes : $f(x) = 0$ et $f(x) = g(x)$.
- 2) résolvez algébriquement $f(x) = 0$
- 3) prouvez que $f(x) - g(x) = (x + 1)(x - 2)$
- 4) en déduire la résolution algébrique de l'équation $f(x) = g(x)$



Exercice 4

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{11x}{4} - 3$

- 1) Prouvez que $f(x) = \frac{1}{4}(x + 4)(x + 1)(x - 3)$
- 2) Résolvez l'équation $f(x) = 0$
- 3) Complétez le tableau suivant (les résultats seront arrondis au dixième):

x	-5	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1	0	1	1,5	2	3	3,5	4
f(x)														

- 4) Sur votre copie dessinez la courbe représentative de la fonction f, pour les x compris entre -5 et 4, et vous prendrez comme unité le carreau.
- 5) Résolvez graphiquement $f(x) > 0$
- 6) A l'aide d'un tableau de signe résolvez algébriquement l'équation précédente.

Exercice Bonus

On a $f(x) = (x^2 - 4)(1 - x)$

- 1) Cette expression peut être factorisée un peu plus, faite le.
- 2) Faite un tableau de signe pour la fonction f
- 3) Résolvez les équations suivantes $f(x) \leq 0$, $f(x) > 0$ et $f(x) \geq 0$

DS 8 : Géométrie plane et Equations

Exercice 1 :

1) $5x - 3 > 12x - 9 \Leftrightarrow 6 > 7x$

2) $\frac{3x}{2} - \frac{4}{5} \leq \frac{5}{3} - \frac{3}{7}x \Leftrightarrow \frac{3x}{2} + \frac{3}{7}x \leq \frac{5}{3} + \frac{4}{5}$

$\Leftrightarrow \frac{6}{7} > x$

$\Leftrightarrow \frac{27}{14}x \leq \frac{37}{15}$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{37}{15} \times \frac{14}{27}$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{518}{405}$



1)



2)

Exercice 2

Soit f et g les fonctions définies respectivement par : $f(x) = (x+3)(5x-7) - 3x(5x-7)$ et $g(x) = 3x - 10x^2$

1) $f(x) = (x+3)(5x-7) - 3x(5x-7) = (5x-7)(x+3-3x) = (5x-7)(-2x+3) = -10x^2 + 15x + 14x - 21 = -10x^2 + 29x - 21$

2) $f(x) = 0 \Leftrightarrow (5x-7)(-2x+3) = 0 \Leftrightarrow 5x-7 = 0$ ou $-2x+3 = 0$ donc $S = \left\{ \frac{7}{5}; \frac{3}{2} \right\}$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -10x^2 + 29x - 21 = 3x - 10x^2 \Leftrightarrow 26x = 21$ donc $S = \left\{ \frac{21}{26} \right\}$

Exercice 3

La fonction $f(x) = x^2 - 4$ est représentée par une parabole et $g(x) = x - 2$, Par la droite.

1) $f(x) = 0$ a pour solutions -2 et 2 (abscisses des points d'intersection entre la courbe de f et l'axe des abscisses) et $f(x)=g(x)$ a pour solutions -1 et 2 (abscisses des points d'intersection entre les deux courbes).

2) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2$ et $x = 2$

3) $f(x) - g(x) = x^2 - 4 - x + 2 = x^2 - x - 2$ de plus $(x+1)(x-2) = x^2 - x - 2$ donc on a bien $f(x) - g(x) = (x+1)(x-2)$

4) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ et $x = 2$

Exercice 4

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{11x}{4} - 3$

1) $\frac{1}{4}(x+4)(x+1)(x-3) = \frac{1}{4}(x^2+5x+4)(x-3) = \frac{1}{4}(x^3+5x^2+4x-3x^2-15x-12) = \frac{1}{4}(x^3+2x^2-11x-12) = \frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{11x}{4} - 3 = f(x)$

2) $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(x+4)(x+1)(x-3) = 0$, je reconnais une équation produit nul, or si un produit de facteur est nul alors au moins un des facteurs est nul, donc $f(x) = 0 \Leftrightarrow x+4 = 0$ ou $x+1 = 0$ ou $x-3 = 0$ ainsi $S = \{-4; -1; 3\}$

3) Complétez le tableau suivant (les résultats seront arrondis au dixième):

x	-5	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1	0	1	1,5	2	3	3,5	4
f(x)	-8	0	2,0	3	3,1	2,5	0	-3	-5	-5,2	-4,5	0	4,2	10

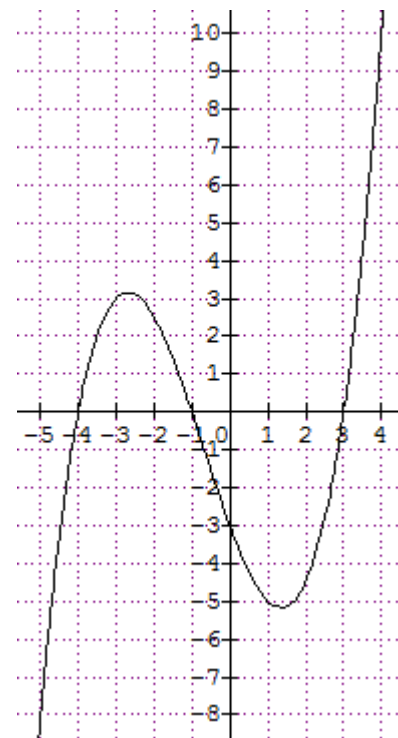
4) Cf le dessin à droite.

5) Les solutions de $f(x) > 0$ correspondent aux abscisses des points de la courbe situés au-dessus de l'axe des abscisses, ici on peut raisonnablement penser que $S =] - 4 ; -1[\cup] 3 ; +\infty[$

6) A l'aide d'un tableau de signe résoudre algébriquement l'équation précédente.

x	$-\infty$	-4	-1	3	$+\infty$	
x+4		-	0	+	+	
x-3		-	-	0	+	
x+1		-	-	0	+	
f(x)		-	0	+	0	+

Encore une fois $S =] - 4 ; -1[\cup] 3 ; +\infty[$



Exercice Bonus

On a : $f(x) = (x^2-4)(1-x) = (x-2)(x+2)(1-x)$ donc

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
x+2		-	0	+	+	
x-2		-	-	0	+	
1-x		+	+	0	-	
f(x)		+	0	-	0	-

Et ainsi l'équation $f(x) \leq 0$, a pour ensemble de solutions $S =] - 2; 1[\cup] 2; +\infty[$, $f(x) > 0$ a pour ensemble de solutions $S =] - \infty; -2[\cup] 1; 2[$ et $f(x) \geq 0$ a pour ensemble de solutions $S =] - \infty; -2[\cup] 1; 2[$