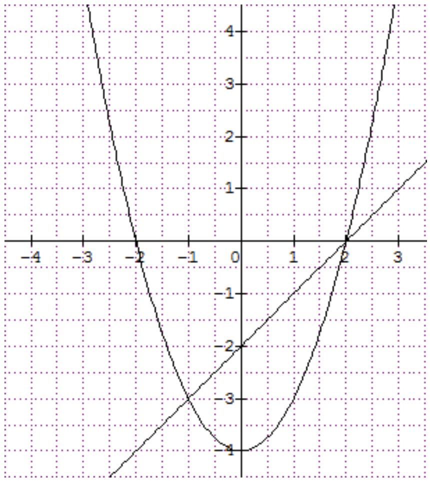
DS 8 : Géométrie plane et Equations

Exercice 1
Résoudre les inéquations suivantes et représenter sommairement leurs solutions:
1) $5x - 3 > 12x - 9$ 2) $\frac{3x}{2} - \frac{4}{5} \leq \frac{5}{3} - \frac{3}{7}x$

Exercice 2
Soit f et g les fonctions définie respectivement par : $f(x) = (x+3)(5x - 7) - 3x(5x - 7)$ et $g(x) = 3x - 10x^2$
1) Donnez une version factorisée de f(x), puis une version développée.
2) Utilisez la version appropriée pour résoudre les équations suivantes : $f(x)= 0$ et $f(x) = g(x)$



Exercice 3
Repassez en rouge la courbe représentant la fonction $f(x) = x^2 - 4$ et en vert la courbe représentant $g(x) = x - 2$.
1) résoudre graphiquement les équations suivantes : $f(x) = 0$ et $f(x)=g(x)$.
2) résoudre algébriquement $f(x) = 0$
3) prouvez que $f(x) - g(x) = (x + 1)(x - 2)$
4) en déduire la résolution algébrique de l'équation $f(x) = g(x)$

Exercice 4
Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{11x}{4} - 3$
1) Prouvez que $f(x) = \frac{1}{4}(x+4)(x+1)(x-3)$
2) Résoudre l'équation $f(x) = 0$
3) Complétez le tableau suivant (les résultats seront arrondis au dixième):

x	-5	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1	0	1	1,5	2	3	3,5	4
f(x)														

4) Sur votre copie dessinez la courbe représentative de la fonction f, pour les x compris entre -5 et 4, et vous prendrez comme unité le carreau.
5) Résoudre graphiquement $f(x) > 0$
6) A l'aide d'un tableau de signe résoudre algébriquement l'équation précédente.

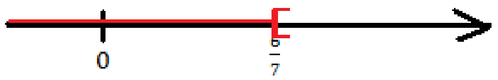
Exercice Bonus
On a $f(x) = (x^2-4)(1-x)$
1) Cette expression peut être factorisée un peu plus, faite le.
2) Faite un tableau de signe pour la fonction f
3) Résoudre les équations suivantes $f(x) \leq 0$, $f(x)>0$ et $f(x)\geq 0$

DS 8 : Géométrie plane et Equations

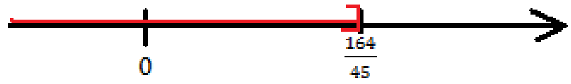
Exercice 1 :

1) $5x - 3 > 12x - 9$ $\Leftrightarrow 6 > 7x$ $\Leftrightarrow \frac{6}{7} > x$

2) $\frac{3x}{2} - \frac{4}{5} \leq \frac{5}{3} - \frac{3}{7}x$ $\Leftrightarrow \frac{3x}{2} + \frac{3}{7}x \leq \frac{5}{3} + \frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{27}{14}x \leq \frac{37}{15}$ $\Leftrightarrow x \leq \frac{37}{15} \times \frac{14}{27}$ $\Leftrightarrow x \leq \frac{518}{405}$



1)



2)

Exercice 2

Soit f et g les fonctions définie respectivement par : $f(x) = (x+3)(5x - 7) - 3x(5x - 7)$ et $g(x) = 3x - 10x^2$

1) $f(x) = (x+3)(5x - 7) - 3x(5x - 7) = (5x-7)(x+3-3x) =$ **$(5x-7)(-2x+3)$**$= -10x^2 + 15x + 14x - 21 =$ **$-10x^2 + 29x - 21$**
2) $f(x) = 0 \Leftrightarrow (5x-7)(-2x+3) = 0 \Leftrightarrow 5x - 7 = 0$ ou $-2x + 3 = 0$ donc $S = \left\{\frac{7}{5} ; \frac{3}{2}\right\}$

   $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -10x^2 + 29x - 21 = 3x - 10x^2 \Leftrightarrow 26x = 21$ donc $S = \left\{\frac{21}{26}\right\}$

Exercice 3

La fonction $f(x) = x^2 - 4$ est représentée par une parabole et $g(x) = x - 2$, Par la droite.

1) $f(x) = 0$ a pour solutions -2 et 2 (abscisses des points d'intersection entre la courbe de f et l'axe des abscisses) et $f(x)=g(x)$ a pour solutions -1 et 2 (abscisses des points d'intersection entre les deux courbes).

2) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2$ et $x = 2$

3) $f(x) - g(x) = x^2 - 4 - x + 2 = x^2 - x - 2$ de plus $(x + 1)(x - 2) = x^2 - x - 2$ donc on a bien $f(x) - g(x) = (x + 1)(x - 2)$

4) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ et $x = 2$

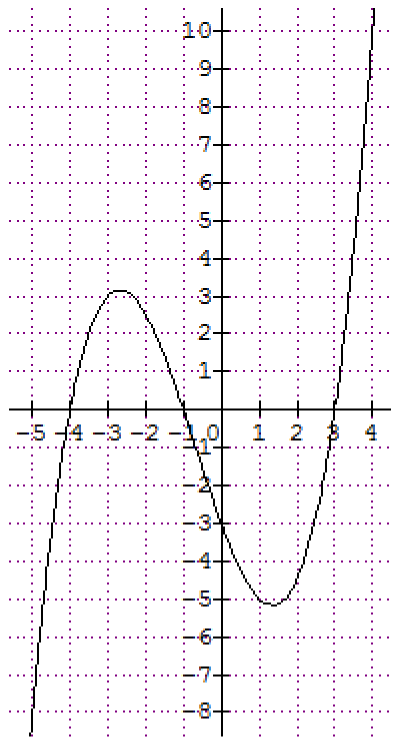
Exercice 4

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{11x}{4} - 3$

1) $\frac{1}{4}(x+4)(x+1)(x-3) = \frac{1}{4}(x^2 + 5x + 4)(x - 3) = \frac{1}{4}(x^3 + 5x^2 + 4x - 3x^2 - 15x - 12)$

   $= \frac{1}{4}(x^3 + 2x^2 - 11x - 12) = \frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{11x}{4} - 3 = f(x)$
2) $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(x+4)(x+1)(x-3) = 0$, je reconnais une équation produit nul , or si un produit de facteur est nul alors au moins un des facteur est nul, donc $f(x) = 0$ $\Leftrightarrow x+4 = 0$ ou $x + 1 = 0$ ou $x - 3 = 0$ ainsi S={-4 ;-1 ;3}
3) Complétez le tableau suivant (les résultats seront arrondis au dixième):

x	-5	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1	0	1	1,5	2	3	3,5	4
f(x)	-8	0	2,0	3	3,1	2,5	0	-3	-5	-5,2	-4,5	0	4,2	10



4) Cf le dessin à droite.
5) Les solutions de $f(x) > 0$ correspondent aux abscisses des points de la courbe situés au-dessus de l'axe des abscisses, ici on peut raisonnablement penser que $S =]-4 ; -1[\cup]3 ; +\infty[$
6) A l'aide d'un tableau de signe résoudre algébriquement l'équation précédente.

x	$-\infty$		-4		-1		3		$+\infty$
x+4		-	0	+		+		+	
x-3		-		-		-	0	+	
x+1		-		-	0	+		+	
f(x)		-	0	+	0	-	0	+	

Encore une fois $S =]-4 ; -1[\cup]3 ; +\infty[$

Exercice Bonus

On a : $f(x) = (x^2-4)(1-x) = (x-2)(x+2)(1-x)$ donc

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
x+2		-	0	+		+		+	
x-2		-		-		-	0	+	
1-x		+		+	0	-		-	
f(x)		+	0	-	0	+	0	-	

Et ainsi l'équation $f(x) \leq 0$, a pour ensemble de solutions $S =]-2 ; 1] \cup [2 ; +\infty[$, $f(x)>0$ a pour ensemble de solutions $S =]-\infty ; -2[\cup]1 ; 2[$ et $f(x) \geq 0$ a pour ensemble de solutions $]-\infty ; -2] \cup [1 ; 2]$