DM 4 : Géométrie plane

Dans cet exercice nous nous appuierons sur la définition suivante de la bissectrice : « la bissectrice d'un angle est son axe de symétrie ». On oubliera momentanément l'autre définition et ce que l'on a vu en quatrième sur les bissectrices d'un triangle, car le but et de retrouver et démontrer toute ces propriétés. Ca veut dire que si vous voulez utiliser le fait que les bissectrices sont concourantes ou qu'elles partagent les angles en deux minis angles de même mesure (etc), il vous faudra le prouver.

Par commodité on pourra utiliser la notation d(*nom de point, nom de droite*) pour rendre compte de la distance entre un point et une droite.

Par exemple : d(I,(VE)) est la distance entre le point I et la droite (VE).

1) Soit un angle $\widehat{xOy}$ et [Oz) sa bissectrice, prouvez que $\widehat{xOz} = \widehat{zOy}$, en déduire une définition alternative de la bissectrice d'un angle.

Soit M un point de [Oz) et P le point d'intersection entre [Ox) et sa perpendiculaire passant par M. Soit Q le symétrique de P par rapport à [Oz).

2) a) Où se situe le point Q ?

b) Que peut-on dire de l'angle $\widehat{OQM}$?

c) Complétez les phrases suivantes :

MP est appelée la ………………. entre M et la droite (Ox), …… est appelée la ……………… entre M et la droite (Oy), d'après les propriétés de la symétrie on peut en déduire que ….. = ……

On vient de prouver la propriété suivante :

Soit un angle $\widehat{xOy}$ et [Oz) sa bissectrice,

Si M ∈ [Oz), alors M est équidistant des demi-droites bordant l'angle.

3) On va maintenant prouver la réciproque, soit $\widehat{xOy}$ et M un point situé à égale distance de (Ox) et (Oy), P et Q sont les points d'intersection entre [Ox) et [Oy) d'une part et leur perpendiculaires respectives passant par M.

a) que peut on dire de MP et MQ

b) prouver en utilisant une formule trigonométrique que $\widehat{xOM} = \widehat{MOy}$

c) que peut on donc dire de la droite (OM)

4) On change de figure, Soit ABC un triangle et I le point d'intersection des bissectrices des angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{ABC}$.

a) Que peut on dire de d (I ; (AB)) et d (I ; (AC))?

b) Que peut on dire de d (I ; (AB)) et d (I ; (BC))?

c) Déduisez en le rapport entre d(I ; (AC)) et d(I ; (BC))

d) Que peut on en déduire concernant le point I

e) En déduire une propriété sur les trois bissectrices d'un triangle.

5) Que ce passe-t-il si je trace le cercle de centre I et de rayon la distance entre I et la droite (AB) ? Justifiez en détail, et complétez la figure ci-dessous.