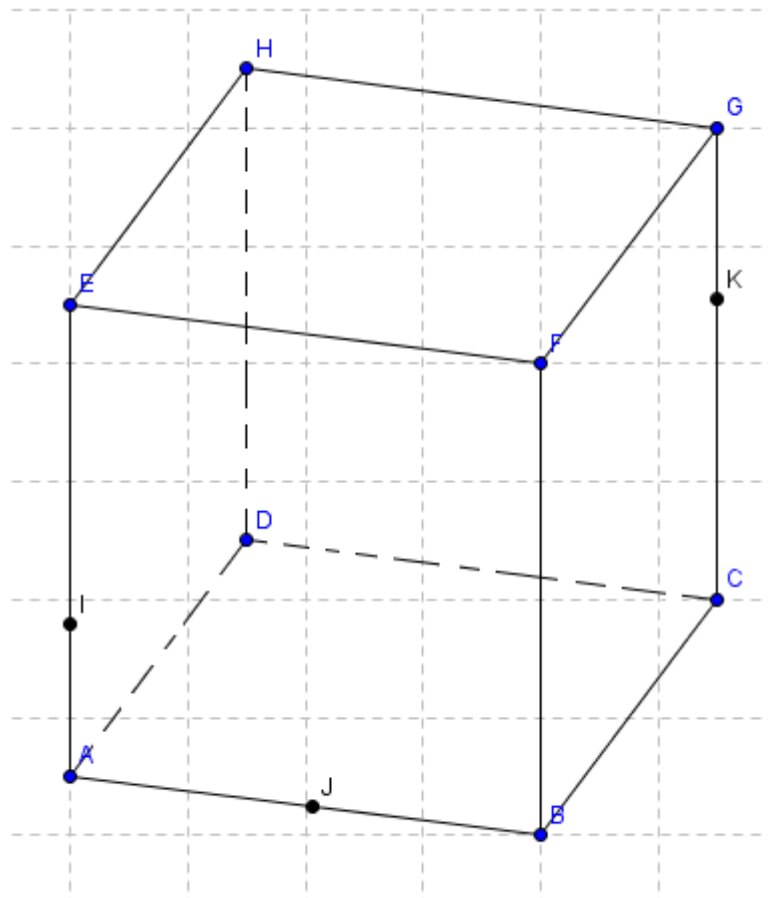


**Devoir Maison n° 5***A rendre pour le lundi 26/04 (un par élève)*

*Les deux parties sont indépendantes*

**I Section entre le cube et le plan (IJK)**

Chaque tracé doit être justifié.

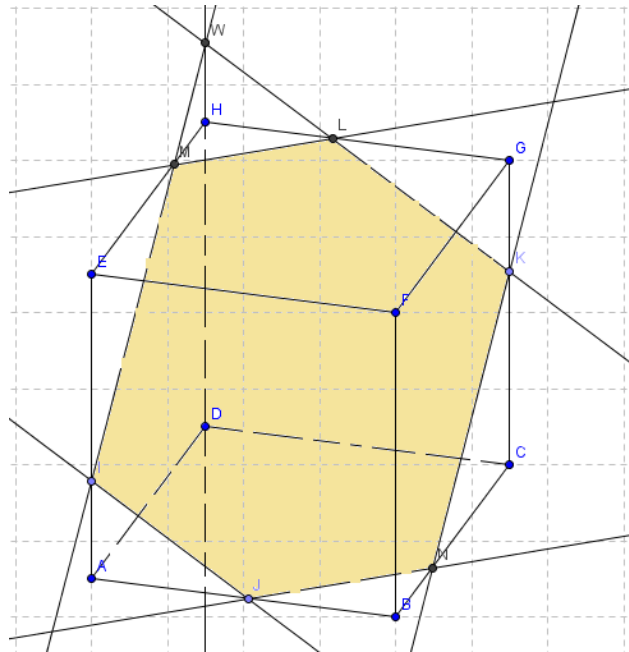
Tous les points L,W,M,N sont sur des droites contenant des arêtes du cube.

- 1) Tracez [LK] l'intersection entre (IJK) et (DCGH)
- 2) En déduire W l'intersection entre (DH) et (IJK)
- 3) En déduire [IM] l'intersection entre la face (DHEA) et le plan (IJK)
- 4) En déduire [JN] l'intersection entre la face (ABCD) et le plan (IJK)
- 5) Coloriez la section du cube ABCDEFGH par le plan (IJK).

**II Orthogonalité**

Dans cette partie vous ne pourrez utiliser qu'une des propriétés du carré : « ses faces sont six carrés identiques ».

- 1) Prouvez que (BF) et (DH) sont orthogonales au plan (ABCD).
- 2) Quelle relation peut-on en déduire entre les droites (BF) et (DH) ?
- 3) Que peut on dire des droites (BF) et (DH) et du plan (EFGH), le prouver d'une manière différente de celle utilisée à la question 1)
- 4) Que peut on dire de (DB) et (FB) ? de (DB) et (DH) ? de (HF) et (FB) ? de (HF) et (DH) ? (vous pouvez utiliser « de la même manière ... » dans votre démonstration.
- 5) En utilisant le résultat trouvé à la question II.2) justifiez que D,H,F et B sont coplanaires.
- 6) Quelle est la nature de DBFH ?
- 7) Après avoir déterminé DB en fonction de AB, exprimez l'aire de DBFH en fonction de AB.
- 8) Combien doit mesurer AB pour que l'aire de DBFH soit de  $5\sqrt{2}\text{cm}^2$

**Correction :****I section entre le cube et le plan (IJK)**

1) ABCDEFGH étant un cube, ses faces sont deux à deux parallèles. Ainsi les plans (ABFE) et (DCGH) sont parallèles, ils seront donc coupés par le plan (IJK) selon deux droites parallèles (Propriété 1 du V), et ainsi on sait que (IJ) et (LK) sont parallèles. Je trace donc la parallèle à (IJ) passant par K, elle coupera (HG) en L.

2) (LK) est la droite d'intersection entre (DCGH) et (IJK) donc elle est, tout comme (DH), dans (DCGH). Les droites (LK) et (DH) étant coplanaires et non parallèles, elles sont donc sécantes, soit W ce point d'intersection.

3)  $W \in (DH)$ ,  $(DH) \subset (DHEA)$  donc  $W \in (DHEA)$

$W \in (LK)$ ,  $(LK) \subset (IJK)$  donc  $W \in (IJK)$

Donc W à l'instar de I est aussi un point d'intersection entre les plans (DHEA) et (IJK) et donc (IM) est la droite d'intersection entre ces deux plans.

4) les plans parallèles (ABCD) et (EFGH) sont coupés par le plan (IJK) selon deux droites parallèles, ainsi (JN) doit être parallèle à (ML). Je trace donc la parallèle à (ML) passant par J, elle coupera (BC) en un point que l'on nommera N.

**II Orthogonalité**

1) ABCDEFGH est un cube donc ses faces sont des carrés, ainsi dans les carrés ABFE, BFGC, CGDH, et AEHD on aura respectivement:  $(AB) \perp (FB)$ ,  $(BC) \perp (FB)$ ,  $(CD) \perp (HD)$  et  $(AD) \perp (HD)$ . De plus nous savons que si une droite est orthogonale à deux droites d'un plan alors elle est orthogonale à ce plan, nous pouvons donc déduire des deux premières égalités que  $(ABCD) \perp (FB)$ , et des deux dernières que  $(ABCD) \perp (HD)$

2) nous savons que (FB) et (HD) sont orthogonales au même plan (ABCD), or « si deux droites sont orthogonales à un même plan alors elles sont parallèles entre elles », donc  $(FB) \parallel (HD)$ .

3) les plans (ABCD) et (EFGH) sont parallèles et (FB) est orthogonale au premier, or « si une droite est orthogonale au premier d'une paire de plans parallèles, alors elle sera aussi orthogonale au second », donc (FB) sera orthogonale à (EFGH). De la même manière on peut montrer que  $(FB) \perp (EFGH)$ .

4) (FB) est orthogonale à (ABCD) donc à toute droite de ce plan, donc à fortiori à (DB). De la même manière on peut établir que  $(DB) \perp (DH)$ ,  $(HF) \perp (FB)$ ,  $(HF) \perp (DH)$ .

5)  $(FB) \parallel (DH)$  donc ces deux droites appartiennent à un même plan et donc D, H, F et B sont coplanaires.

6) DBFH possède quatre angles droits c'est donc un rectangle.

7) la diagonale d'un carré de côté AB mesure  $AB\sqrt{2}$ , (trivial et si vous ne me croyez pas utilisez Pythagore pour le prouver). L'aire du rectangle DBFH sera donc de  $AB \times AB\sqrt{2} = AB^2\sqrt{2}$

8) si l'aire de DBFH est  $5\sqrt{2}$  alors  $AB^2 = 5$  et donc  $AB = \sqrt{5}\text{cm}$