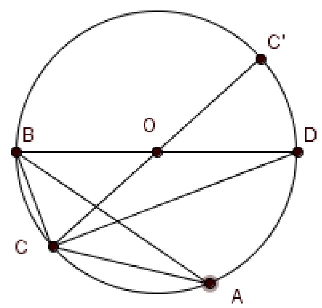
Devoir surveillé n°6
Géométrie et Logique

Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1
Soit ABCD un losange et CDEF un autre losange lui étant collé.
1) Faire une figure à main levée
2) Conjecturer la nature de ABFE
3) Prouver votre conjecture

Exercice 2
Le triangle ABC rectangle en A est coupé par la droite (D) parallèle au côté (BC). Elle coupe les côtés [AB] et [AC] respectivement en M et N. On connait les mesures suivantes : MN= 30cm , BC = 35cm, MB=4cm, AN=18cm.
1) Faire une figure à main levée
2) Déterminer AC, MA
3) En déduire AB
4) Vérifier la mesure de [AB] , avec un autre théorème.



Exercice 3
A, C et C' sont sur le cercle de diamètre [BD]. C et C' sont diamétralement opposé et $\widehat{BAC} = 30°$.
1) Quelle est la nature du quadrilatère BCDC'
2) Donner la mesure de $\widehat{BDC}$
3) En déduire la mesure de $\widehat{DOC}$
4) En déduire celle de $\widehat{BOC'}$

Exercice 4
Soit P la proposition : « ABC » est isocèle et Q : « IJKL est un parallélogramme »
a) Donner une condition nécessaire et suffisante pour que P soit vraie.
b) Donner une condition suffisante mais pas nécessaire pour que P soit vraie.
c) Donner une condition nécessaire mais pas suffisante pour que Q soit vraie.
d) Donner une condition suffisante mais pas nécessaire pour que Q soit vraie.

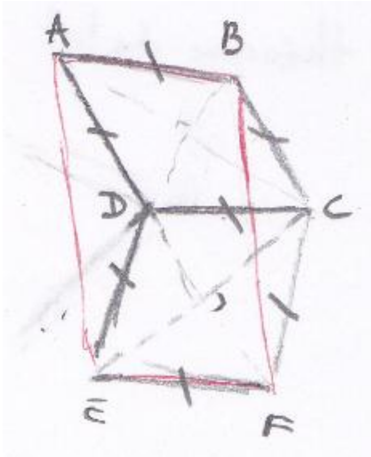
Exercice 5
Donner les négations des propositions suivantes :
a) Tous les élèves aiment les vacances.
b) Personne n'aime les choux de Bruxelles.
c) $x \geq 5$
d) $x \in [2; 3]$ (on attend deux versions différentes)
e) Le triangle est isocèle et rectangle.
f) Elle est vraiment tendue ou elle ne sait pas quoi dire.

Devoir surveillé n°6
Géométrie et Logique

Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1 (10min)

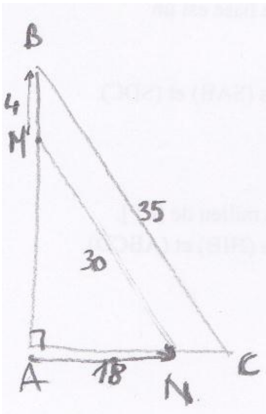
Soit ABCD un losange et CDEF un autre losange lui étant collé.



1) Faire une figure à main levée
2) ABFE semble être un parallélogramme.
3) Dans ABCD les côtés [AB] et [CD] sont de même mesure et sont parallèles. Dans CDEF les côtés [CD] et [EF] sont aussi de même mesure et parallèles. Ainsi AB=CD=EF donc AB=EF. Les droites (AB) et (EF) sont toutes deux parallèles à la, « or si deux droites sont parallèles à (CD) même troisième alors elles sont parallèles entre elles » donc (AB) // (EF). Ainsi ABFE a deux côtés parallèles et de même mesure, « or si un quadrilatère a deux côtés parallèles et de même mesure c'est un parallélogramme » donc ABFE est un parallélogramme.

Version alternative : ABCD un losange et CDEF un autre losange donc ce sont des parallélogrammes donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DC}$ donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$ donc ABFE est un parallélogramme.

Exercice 2 (16min)



Le triangle ABC rectangle en A est coupé par la droite (D) parallèle au côté (BC). Elle coupe les côtés [AB] et [AC] respectivement en M et N. On connait les mesures suivantes : MN= 30cm , BC = 35cm, MB=4cm, AN=18cm.

1) Faire une figure à main levée
2) Les droites (NC) et (MB) se coupent en A et (MN) // (BC) donc le théorème de

Thalès nous donne : $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC}$ plus particulièrement : $\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC}$ donc $\frac{30}{35} = \frac{18}{AC}$ donc $AC = 35 \times \frac{18}{30} = 21$.

on a aussi : $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$ donc $\frac{AM}{AM+MB} = \frac{MN}{BC}$.

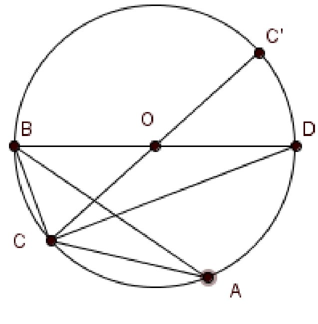
Application numérique : $\frac{AM}{AM+4} = \frac{30}{35}$. Donc $30(AM+4) = 35AM \Leftrightarrow 120 = 5AM \Leftrightarrow AM = 24$

3) $AB = AM + MB = 24 + 4 = 28$

4) Dans ABC rectangle en A, le théorème de Pythagore nous donne $AB^2 = BC^2 - AC^2$. Donc $AB^2 = 35^2 - 21^2 = 784$ donc $AB = \sqrt{784} = 28$

Exercice 3 (14 min)

A, C et C' sont sur le cercle de diamètre [BD]. C et C' sont diamétralement opposé et $\widehat{BAC} = 30°$.



1) [BD] et [CC'] sont des diamètres du cercle donc ils sont de même mesure et se coupent en leur milieu O, or « si un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires et se coupant en leur milieu alors c'est un rectangle donc BCDC' est un rectangle.

2) Les angles $\widehat{BDC}$ et $\widehat{BAC}$ sont inscrit dans le même cercles et interceptent le même arc $\widehat{BC}$, « or si deux angles inscrits interceptent le même arc alors ils sont de même mesure et il valent la moitié de l'angle au centre correspondant » donc $\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 30°$. Et bonus : $\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} = 60°$
3) Dans COD isocèle en O on a $\widehat{OCD} = \widehat{ODC} = 30°$ or la somme des angles d'un triangle vaut 180° donc $\widehat{DOC} = 180° - 30° - 30° = 120°$. On aurait aussi pu utiliser le fait que les angles $\widehat{DOC}$ et $\widehat{BOC}$ étaient supplémentaires.
4) $\widehat{BOC'}$ et $\widehat{DOC}$ sont opposés par le sommet or « des angles opposés par le sommet sont de même mesure » donc $\widehat{BOC'} = \widehat{DOC} = 120°$.

Exercice 4 (6min)

P la proposition : « ABC » est isocèle

a) condition nécessaire et suffisante : « il a deux côtés de même mesure »
b) condition suffisante mais pas nécessaire : « il est équilatéral »

Q : « IJKL est un parallélogramme »

c) une condition nécessaire mais pas suffisante « il a deux côtés parallèles »
d) une condition suffisante mais pas nécessaire « c'est un carré »

Exercice 5 (6min)

Donner les négations des propositions suivantes :

a) négation de (Tous les élèves aiment les vacances) : « il y a au moins un élève qui n'aime pas les vacances
b) négation de (Personne n'aime les choux de Bruxelles) : « il y a au moins une personne qui aime les choux de Bruxelles. »
c) Négation de ($x \geq 5$) : $x < 5$
d) Négation de ($x \in [2; 3]$) : « x n'appartient pas à $[2; 3]$ ». Version 2 « $x \in]-\infty; 2[\cup]3; +\infty[$ »
e) Négation de (Le triangle est isocèle et rectangle) : « Le triangle n'est pas isocèle ou n'est pas rectangle »
f) Négation de (Elle est vraiment tendue ou elle ne sait pas quoi dire) : « elle n'est pas vraiment tendue et elle sait quoi dire »