

# Théorèmes principaux de géométrie (Collège)

## Médiatrices

Une droite est perpendiculaire à un segment et passe par son milieu  $\Leftrightarrow$  c'est la médiatrice de ce segment.

Un point est sur la médiatrice d'un segment  $\Leftrightarrow$  il est équidistant des extrémités de ce segment.

## Triangle

### Théorème de Pythagore ( $\Rightarrow$ ) et sa réciproque ( $\Leftarrow$ )

Un triangle est rectangle  $\Leftrightarrow$  le carré de la mesure du plus grand côté est égal à la somme des carrés des mesures des deux autres côtés.

### Contraposée du Théorème de Pythagore

Si le carré de la mesure du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des mesures des deux autres côtés alors le triangle n'est pas rectangle.

Un triangle est rectangle  $\Leftrightarrow$  le milieu de son plus grand côté est équidistant de ses trois sommets

Dans un triangle, les trois médianes sont concourantes, tout comme les trois bissectrices, les trois hauteurs, et les trois médiatrices, les points de concours sont appelés respectivement centre de gravité, centre du cercle inscrit, orthocentre et centre du cercle circonscrit.

### Théorème de Thalès

Soit (d) et (d') deux droites sécantes en A.

Soit B et M deux points de (d) distincts de A  
Soit C et N deux points de (d') distincts de A

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles alors  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

### Réciproque du théorème de Thalès

Soit (d) et (d') deux droites sécantes en A.

Soit B et M deux points de (d) distincts de A  
Soit C et N deux points de (d') distincts de A

Si deux des rapports  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  et si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles

## Parallélogrammes

Un quadrilatère est un parallélogramme  $\Leftrightarrow$  ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.

$\Leftrightarrow$  ses diagonales qui sont de même milieu.  $\Leftrightarrow$  ses côtés opposés sont de même longueur.

## Rectangle

Un quadrilatère est un rectangle  $\Leftrightarrow$  il a trois angles droits  $\Leftrightarrow$  c'est un parallélogramme avec un angle droit

$\Leftrightarrow$  c'est un parallélogramme ayant ses diagonales sont de même longueur.

## Losanges

Un quadrilatère est un losange  $\Leftrightarrow$  ses côtés tous de même longueur.

$\Leftrightarrow$  ses diagonales qui sont perpendiculaires et de même milieu.

$\Leftrightarrow$  c'est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur

## Carré

Un quadrilatère est un carré

$\Leftrightarrow$  c'est un parallélogramme ayant un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur.

$\Leftrightarrow$  C'est un parallélogramme ayant ses diagonales qui sont de même longueur et qui se coupent perpendiculairement.

$\Leftrightarrow$  Si un losange a un angle droit.  $\Leftrightarrow$  C'est un rectangle a deux côtés consécutifs de même mesure.

## Angles

Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à  $180^\circ$ .

Deux droites parallèles sont coupées par une sécante  $\Leftrightarrow$  les angles alternes internes sont de même mesure.

$\Leftrightarrow$  les angles correspondants sont de même mesure.

Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.

## Transformations

Par une symétrie centrale comme par une symétrie axiale et par une translation :

- l'image d'une droite est une droite.
- L'image d'un segment et un segment de même longueur,
- L'image d'un angle est un angle de même mesure

Par une symétrie centrale comme par une translation, l'image d'une droite est une droite parallèle.

## Cercles

La tangente en T au cercle de centre O, est la droite passant par T et étant perpendiculaire à [OT] elle n'a qu'un point commun avec le cercle : T.

Deux angles inscrits interceptant le même arc sont égaux.

Un angle inscrit interceptant un arc a sa mesure qui est la moitié de l'angle au centre correspondant.

Ici les angles  $\widehat{AMB}$  et  $\widehat{ANB}$  interceptent l'arc :  $\widehat{AB}$ , leur angle au centre correspondant est  $\widehat{AOB}$ . On adonc :  $\widehat{ANB} = \widehat{AMB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$

