

Soit (AB) une droite avec A distant de B de 8 carreaux, et C un point vérifiant $5\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \vec{0}$

- 1) Prouver que \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{AB} sont colinéaires (on peut commencer par prouver que les points A, B et C sont alignés)
- 2) Si cela n'a pas déjà été fait, exprimer \overrightarrow{AC} en fonction de \overrightarrow{AB} , et en déduire la position de C sur la droite (AB).

Réponse :

- 1) $5\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \vec{0}$ donc $5\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ sont colinéaires donc (AB) // (BC) or ces droites ont B comme point commun, A, B et C sont alignés. Du coup on peut dire aussi que les droites (AC) et (AB) sont confondues et donc parallèles et donc que \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{AB} sont colinéaires.

- 2) $5\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \vec{0}$ on est content d'avoir \overrightarrow{AC} mais \overrightarrow{BC} doit être transformé
on utilise la relation de Chasles de manière stratégique

$$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{AC} - (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

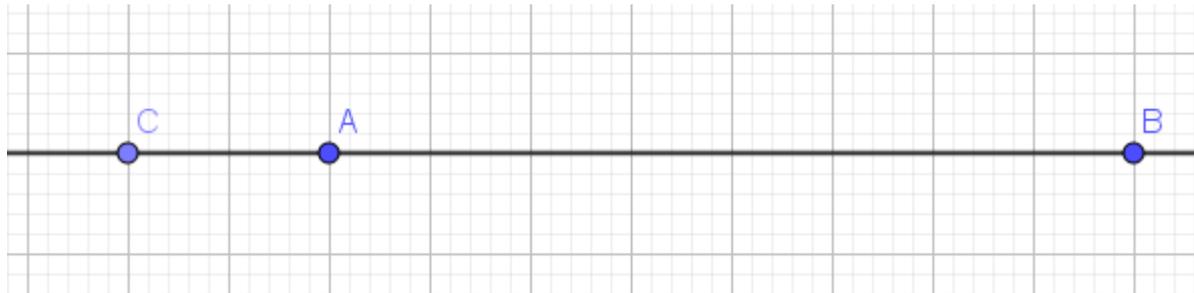
$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA}$$

problème on ne veut pas \overrightarrow{BA} mais son opposé \overrightarrow{AB} .

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$$

\overrightarrow{AC} et \overrightarrow{AB} sont donc colinéaires de sens opposés et on a $AC = \frac{1}{4}AB = \frac{1}{4}8 = 2$ carreaux.



Soit (AB) une droite avec A distant de B de 6 carreaux, et C un point vérifiant $2\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

- 1) Prouver que les points A, B et C sont alignés.
- 2) Si cela n'a pas déjà été fait, exprimer \overrightarrow{AC} en fonction de \overrightarrow{AB} .
- 3) En déduire la position de C sur la droite (AB)

Réponse :

1) $2\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{BC} = \vec{0}$ donc $2\overrightarrow{AC} = -4\overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{AC} = -\frac{4}{2}\overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{BC}$ donc \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires donc (AC) // (BC) or ces droites ont C comme point commun donc elles sont confondues et donc A, B et C sont alignés.

2) $2\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AC} + 4(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \vec{0}$ relation de Chasles

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{AC} = \vec{0}$ développement

$\Leftrightarrow 6\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{BA} = \vec{0}$ j'isole \overrightarrow{AC}

$\Leftrightarrow 6\overrightarrow{AC} = -4\overrightarrow{BA}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = -\frac{4}{6}\overrightarrow{BA}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = -\frac{4}{6}(-\overrightarrow{AB})$ je fais apparaître \overrightarrow{AB}

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

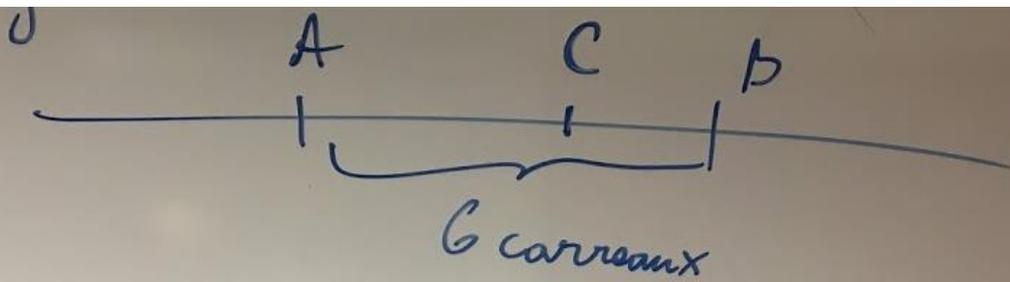
3) Je placerai le point C à $\frac{2}{3}$ de 6 carreaux (autrement dit 4 carreaux) en partant de A en allant vers B



Bonus :

Diagram showing a line segment AC with point B between A and C . The distance AB is labeled 10 and the distance BC is labeled 20 . A bracket above the line indicates the total distance AC is 30 .

$$-2\vec{AC} + 4\vec{BC} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow -2\vec{AC} + 4(\vec{BA} + \vec{AC}) = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow -2\vec{AC} + 4\vec{BA} + 4\vec{AC} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow 2\vec{AC} + 4\vec{BA} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow 2\vec{AC} = -4\vec{BA}$$
$$\Leftrightarrow 2\vec{AC} = 4\vec{AB}$$
$$\Leftrightarrow \vec{AC} = \frac{4}{2}\vec{AB}$$
$$\Leftrightarrow \vec{AC} = 2\vec{AB}$$



Objectif : placer C tel que $\vec{AC} + 2\vec{BC} = \vec{0}$

$$3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x = -2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2}{3}$$

$$2\vec{BA} = -3\vec{AC}$$

$$\Leftrightarrow 1\vec{AC} + 2(\vec{BA} + \vec{AC}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 1\vec{AC} + 2\vec{BA} + 2\vec{AC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{AC} + 2\vec{BA} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{AC} = -2\vec{BA}$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{AC} = 2\vec{AB}$$

$$\Leftrightarrow \vec{AC} = \frac{2}{3}\vec{AB}$$