Exercices corrigés
confinement

Sommaire

9/11/2020

Simplifier les racines suivantes :

$\sqrt{338}$, $\sqrt{600}$, $\sqrt{252}$, $\sqrt{\frac{72}{150}}$, $\frac{6}{5\sqrt{3}}$, $\sqrt{\frac{145}{125}}$, $\sqrt{\frac{350}{726}}$

Correction

$\sqrt{338} = \sqrt{2 \times 169} = \sqrt{2 \times 13^2} = 13\sqrt{2}$

$\sqrt{600} = \sqrt{6 \times 10^2} = 10\sqrt{6}$

$\sqrt{252} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7} = 2 \times 3\sqrt{7} = 6\sqrt{7}$

$\sqrt{\frac{72}{150}} = \sqrt{\frac{2\times6^2}{2\times3\times5^2}} = \sqrt{\frac{6^2}{3\times5^2}} = \frac{\sqrt{6^2}}{\sqrt{3\times5^2}} = \frac{6}{5\sqrt{3}}$attention on ne veut pas de racine au dénominateur on va multiplier en haut et en bas par la racine fautive.

$\frac{6}{5\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{5\times3} = \frac{2\times3\sqrt{3}}{5\times3} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$

$\sqrt{\frac{145}{125}} = \sqrt{\frac{5\times29}{5\times5^2}} = \sqrt{\frac{29}{5^2}} = \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{5^2}} = \frac{\sqrt{29}}{5}$

$\sqrt{\frac{350}{726}} = \sqrt{\frac{5^2\times2\times7}{11^2\times2\times3}} = \sqrt{\frac{5^2\times7}{11^2\times3}} = \frac{\sqrt{5^2\times7}}{\sqrt{11^2\times3}} = \frac{5\sqrt{7}}{11\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{7}\sqrt{3}}{11\sqrt{3}\sqrt{3}}$

$= \frac{5\sqrt{7\times3}}{11\times3} = \frac{5\sqrt{21}}{33}$

Simplifier les expressions suivantes :

$\sqrt{50}\sqrt{24}$, $\sqrt{245}\sqrt{288}$, $\frac{\sqrt{2187}}{\sqrt{1350}}$, $\sqrt{98}-13\sqrt{18}+\sqrt{242}$,
$11\sqrt{75}+4\sqrt{45}-\sqrt{147}+\sqrt{845}$, $\frac{15}{8+\sqrt{7}}$, $\frac{13}{2+\sqrt{7}}$, $\frac{8+\sqrt{3}}{5-\sqrt{15}}$

Correction

$\sqrt{50}\sqrt{24}=\sqrt{50\times 24}=\sqrt{5^2\times 2\times 2\times 2^2\times 3}=5\times 2\times 2\sqrt{3}$
$=20\sqrt{3}$

$\sqrt{245}\sqrt{288}=\sqrt{245\times 288}=\sqrt{5\times 7^2\times 2\times 12^2}=7\times 12\sqrt{5\times 2}$
$=84\sqrt{10}$

$\frac{\sqrt{2187}}{\sqrt{1350}}=\sqrt{\frac{2187}{1350}}=\sqrt{\frac{3\times 3^2\times 9^2}{2\times 5^2\times 3\times 3^2}}=\frac{\sqrt{9^2}}{\sqrt{2\times 5^2}}=\frac{9}{5\sqrt{2}}=\frac{9\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\sqrt{2}}=\frac{9\sqrt{2}}{5\times 2}=\frac{9\sqrt{2}}{10}$

$\sqrt{98}-13\sqrt{18}+\sqrt{242}=\sqrt{2\times 7^2}-13\sqrt{2\times 3^2}+\sqrt{2\times 11^2}$
$=7\sqrt{2}-13\times 3\sqrt{2}+11\sqrt{2}=(7-13\times 3+11)\sqrt{2}=-21\sqrt{2}$

$11\sqrt{75}+4\sqrt{45}-\sqrt{147}+\sqrt{845}$
$=11\sqrt{3\times 5^2}+4\sqrt{5\times 3^2}-\sqrt{3\times 7^2}+\sqrt{5\times 13^2}$
$=11\times 5\sqrt{3}+4\times 3\sqrt{5}-7\sqrt{3}+13\sqrt{5}$
$=(11\times 5-7)\sqrt{3}+(4\times 3+13)\sqrt{5}=48\sqrt{3}+25\sqrt{5}$

$\frac{15}{8+\sqrt{7}}=\frac{15(8-\sqrt{7})}{(8+\sqrt{7})(8-\sqrt{7})}=\frac{120-15\sqrt{7}}{8^2-\sqrt{7}^2}=\frac{120-15\sqrt{7}}{64-7}=\frac{120-15\sqrt{7}}{57}$

Pour faire disparaitre la racine du dénominateur : $\sqrt{7}$ on a utilisé la seule identité remarquable qui permette d’élever tous les éléments présents au carré : $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

$\frac{13}{2+\sqrt{7}}=\frac{13(2-\sqrt{7})}{(2+\sqrt{7})(2-\sqrt{7})}=\frac{26-13\sqrt{7}}{2^2-\sqrt{7}^2}=\frac{26-13\sqrt{7}}{4-7}=\frac{26-13\sqrt{7}}{-3}$

$\frac{8+\sqrt{3}}{5-\sqrt{15}}=\frac{(8+\sqrt{3})(5+\sqrt{15})}{(5-\sqrt{15})(5+\sqrt{15})}=\frac{40+8\sqrt{15}+5\sqrt{3}+\sqrt{3}\sqrt{15}}{5^2-\sqrt{15}^2}=\frac{40+8\sqrt{15}+5\sqrt{3}+\sqrt{3^2 5}}{25-15}=$
$\frac{40+8\sqrt{15}+5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{10}$

Exercice 5P69

a. $(\ldots + 9)^2 = y^2 + 18y + \ \ldots$
$b.\ (2x - \ \ldots)(2x + \ \ldots) = \ \ldots - 25$
c. $(3x - \ \ldots.)^2 = \ \ldots - \ \ldots. + 49$
$d.\ (8x + \cdots)^2 = \ \ldots + 16x + \ \ldots$

Correction
a. $(\ldots + 9)^2 = y^2 + 18y + \ \ldots$
je reconnais $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ par identification je trouve $a = y$ (car $a^2 = y^2$) et $b = 9$ ce qui me permet de compléter et d'obtenir : $(y + 9)^2 = y^2 + 18y + \ 81$

$b.\ (2x - \ 5)(2x + \ 5) = \ 4x^2 - 25$
c. $(3x - \ 7)^2 = \ 9x^2 - \ 42x + 49$
$d.\ (8x + 1)^2 = \ 64x^2 + 16x + \ 1$

Comparer $\frac{53}{50}$ et $\frac{51}{48}$:
Etudions le signe de la différence entre ces deux quantités
$\frac{53}{50} - \frac{51}{48} = \frac{53\times48}{50\times48} - \frac{51\times50}{48\times50} = \frac{2544}{2400} - \frac{2550}{2400} = -\frac{6}{2400} < 0$
Ainsi : $\frac{53}{50} - \frac{51}{48} < 0$ donc $\frac{53}{50} < \frac{51}{48}$

10/11/2020 2nd14
Simplifier les expressions suivantes

$A = \frac{\sqrt{200}}{\sqrt{18}}$ $\qquad B = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{63}}$

$C = \frac{\sqrt{363}}{\sqrt{18}}$ $\qquad D = \frac{\sqrt{90}}{\sqrt{150}}$

$E = \frac{7}{\sqrt{5}+3}$ $\qquad F = \frac{8}{9-\sqrt{2}}$

$G = \frac{2+\sqrt{3}}{5+\sqrt{7}}$

Correction

$$A=\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{18}}=\sqrt{\frac{2\times2^2\times5^2}{2\times3^2}}=\sqrt{\frac{2^2\times5^2}{3^2}}=\frac{\sqrt{2^2\times5^2}}{\sqrt{3^2}}=\frac{2\times5}{3}\sqrt{\frac{}{}}$$

$$B=\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{63}}=\sqrt{\frac{45}{63}}=\sqrt{\frac{5\times3^2}{3^2\times7}}=\sqrt{\frac{5}{7}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{5}\sqrt{7}}{\sqrt{7}\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{5\times7}}{\sqrt{7^2}}=\frac{\sqrt{35}}{7}$$

$$C=\frac{\sqrt{363}}{\sqrt{18}}=\sqrt{\frac{363}{18}}=\sqrt{\frac{3\times11^2}{3^2\times2}}=\frac{\sqrt{3\times11^2}}{\sqrt{3^2\times2}}=\frac{11\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}=\frac{11\sqrt{3}\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\sqrt{2}}=$$
$$\frac{11\sqrt{3\times2}}{3\sqrt{2^2}}=\frac{11\sqrt{6}}{3\times2}=\frac{11\sqrt{6}}{6}$$

$$D=\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{150}}=\sqrt{\frac{90}{150}}=\sqrt{\frac{3^2\times10}{10\times3\times5}}=\sqrt{\frac{3^2}{3\times5}}=\frac{\sqrt{3^2}}{\sqrt{3\times5}}=\frac{3}{\sqrt{15}}=$$
$$\frac{3\sqrt{15}}{\sqrt{15}\sqrt{15}}=\frac{3\sqrt{15}}{15}=\frac{3\sqrt{15}}{3\times5}=\frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$E=\frac{7}{\sqrt{5}+3}=\frac{7(\sqrt{5}-3)}{(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-3)}=\frac{7\sqrt{5}-21}{\sqrt{5}^2-3^2}=\frac{7\sqrt{5}-21}{5-9}=\frac{7\sqrt{5}-21}{-4}$$

$$F=\frac{8}{9-\sqrt{2}}=\frac{8(9+\sqrt{2})}{(9-\sqrt{2})(9+\sqrt{2})}=\frac{72+8\sqrt{2}}{9^2-\sqrt{2}^2}=\frac{72+8\sqrt{2}}{81-2}=\frac{72+8\sqrt{2}}{79}$$

$$G=\frac{2+\sqrt{3}}{5+\sqrt{7}}=\frac{(2+\sqrt{3})(5-\sqrt{7})}{(5+\sqrt{7})(5-\sqrt{7})}=\frac{10-2\sqrt{7}+5\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{7}}{\left(5^2-\sqrt{7}^2\right)}=$$
$$\frac{10-2\sqrt{7}+5\sqrt{3}-\sqrt{21}}{25-7}=\frac{10-2\sqrt{7}+5\sqrt{3}-\sqrt{21}}{14}$$

Exercice 11P71

Hypothèses : $0 < a < b$, $A = (a+b)^2$ et $B = a^2 + 3b^2$

$A - B = (a+b)^2 - (a^2+3b^2) = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - 3b^2 = 2ab - 2b^2$

En cas de somme ou de différences l'étude de signe passe souvent par une factorisation maximale, à partir de là on étudiera le signe de chacun des facteurs et on utilisera la règle de signe du produit.

$2ab - 2b^2 = 2ab - 2bb = 2b(a-b)$ ici 2 et b sont positifs et comme $a < b$ on aura $a - b < 0$ et donc $2b(a-b) < 0$ et donc $A - B < 0$

Conclusion : $A < B$

Exercice 12 P71

Hypothèses : $a > 0$ et > 0 , $A = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ et $b = 2$

$A - B = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 = \frac{a\times a}{b\times a} + \frac{b\times b}{a\times b} - \frac{2\times b\times a}{1\times b\times a} = \frac{a^2+b^2-2ab}{ab} = \frac{(a-b)^2}{ab}$

$(a-b)^2 \geq 0$ car un carré est toujours positif ou nul

$a > 0$ et $b > 0$ donc $ab > 0$

Ainsi $\frac{(a-b)^2}{ab} \geq 0$ ainsi $A - B \geq 0$ et donc $A \geq B$

Exercice 13P71

Hypothèses : On a $0 < a < 1$, $A = 3a^4$ et $B = 6a^3$

1. Ici comme $0 < a < 1$ on aura a qui est strictement positif et donc $A = 3a^4$ et $B = 6a^3$ aussi et donc on peut utiliser $\frac{A}{B}$ pour faire notre comparaison (explications : tout en bas de la page 70)

$\frac{A}{B} = \frac{3a^4}{6a^3} = \frac{a}{2}$ (voir remarque) or $0 < a < 1$ et donc $\frac{0}{2} < \frac{a}{2} < \frac{1}{2}$

Ainsi $\frac{A}{B} < \frac{1}{2}$ donc $\frac{A}{B} < 1$ et donc $A < B$

2. $A - B = 3a^4 - 6a^3 = 3aaaa - 3\times 2aaa = 3aaa(a-2) = 3a^3(a-2)$

Or $a < 1$ donc $a - 2 < 1 - 2$ ainsi $a - 2 < -1$ et donc $a - 2 < 0$

Le produit $3a^3(a-2)$ est constitué de 4 facteurs strictement positifs 3 , a, a, … et 1 facteur strictement négatif $(a-2)$ donc il est strictement négatif.

$A - B < 0$ donc $A < B$

Remarque : $\frac{3a^4}{6a^3}$ était l'occasion pour nous d'utiliser les formules sur les puissances vues en 3ième, le problème vu les retours des élèves c'est que peux d'élèves l'ont vu l'année dernière du coup voici les formules (avec des exemples) :

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$	$6^{-2} = \frac{1}{6^2}$
$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$3^2 3^4 = 3^6$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\frac{5^{17}}{5^2} = m^{15}$

$(a^m)^n = a^{m\times n}$ $(11^3)^5 = 11^{3\times 5}$

Pour en savoir plus sur la question / approfondir :

https://www.youtube.com/watch?v=FBmVDGvUtJ4

Exercice 14P71

Hypothèses : $a > 1$, $b > 1$ et $A = \frac{a-1}{b-1}$ et $B = \frac{a+1}{b+1}$

1. $A - B = \frac{a-1}{b-1} - \frac{a+1}{b+1} = \frac{(a-1)(b+1)}{(b-1)(b+1)} - \frac{(a+1)(b-1)}{(b+1)(b-1)} = \frac{(a-1)(b+1)-(a+1)(b-1)}{(b-1)(b+1)}$

$= \frac{ab+a-b-1-(ab-a+b-1)}{(b-1)(b+1)} = \frac{ab+a-b-1-ab+a-b+1}{(b-1)(b+1)} = \frac{a-b+a-b}{(b-1)(b+1)} = \frac{2a-2b}{(b-1)(b+1)}$

$= \frac{2(a-b)}{(b-1)(b+1)}$

2. comme $b > 1$ on aura $b - 1 > 0$ et $b + 1 > 2 > 0$ donc le dénominateur est positif, 2 (du numérateur) l'est aussi, donc le signe de $A - B$ sera celui de $a - b$ et donc :

Si $a > b$ alors $a - b > 0$ et donc $\frac{2(a-b)}{(b-1)(b+1)} > 0$ et $A - B > 0$ donc $A > B$

Si $a < b$ alors $a - b < 0$ et donc $\frac{2(a-b)}{(b-1)(b+1)} < 0$ et $A - B < 0$ donc $A < B$

3.

a. $\frac{123\,456\,788}{987\,654\,321}$ et $\frac{123\,456\,790}{987\,654\,323}$ correspondent respectivement à $A = \frac{a-1}{b-1}$ et $B = \frac{a+1}{b+1}$ avec $a = 123\,456\,789$ et $b = 987\,654\,322$

Comme $< b$, d'après la question 2 on aura $A < B$

b. $\frac{9{,}000\,001}{5{,}000\,002}$ et $\frac{11{,}000\,001}{7{,}000\,002}$ correspondent respectivement à $A = \frac{a-1}{b-1}$ et $B = \frac{a+1}{b+1}$ avec $a = 10{,}000\,001$ et $b = 6{,}000\,002$

Comme $> b$, d'après la question 2 on aura $A > B$

Puissances :

Rappel :

$$a^n \times a^p = a^{n+p} \qquad \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$(a^n)^p = a^{n\times p} \qquad (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

Pour un cours plus complet : **https://youtu.be/XA-JkXirNz4**

Correction d'exercices

Sujet :

http://ww2.ac-poitiers.fr/math_sp/IMG/pdf/Exercices_sur_les_puissances.pdf

Exercice n°5 :

Calculer sans la calculatrice, en justifiant son résultat, les puissances suivantes :

$2^3 =$ $\qquad 0^{14} =$ $\qquad (-2)^3 =$

$(-1)^{10} =$ $\qquad (-1)^{13} =$

Exercice n°6 :

Transformer l'écriture en une seule puissance en utilisant la règle « produit de deux puissances » :

$3^2 \times 3^8$ $\qquad 4 \times 4^2$ $\qquad (-9)^3(-9)^2(-9)$

Exercice n°7 :

Transformer l'écriture en une seule puissance en utilisant la règle « puissance d'une puissance » :

$[(-3)^2]^2$ $\qquad [(-2)^3]^2$ $\qquad [(-5)^3]^2$ $\qquad [(7)^5]^2$

Exercice n°8 :

Transformer l'écriture en une seule puissance en utilisant la règle « quotient de deux puissances » :

$\frac{3^5}{3^2}$ $\qquad \frac{(-5)^4}{(-5)^2}$ $\qquad \frac{(-4)^2}{(-4)^4}$

Exercice n°9 :

Simplifier puis calculer les expressions suivantes :

$A = (7^{-24} \times 7^{-26} \times 7^{51})^2$ $\qquad B = (5^{-4} \times 5^5)^3$

$C = (2 \times 3)^5 \times 3^{-3} \times 2 \times 2^{-4} \times 3^{-1}$ $\qquad D = \frac{2^5 \times 3^8}{3^5 \times 2^3}$

$E = \frac{5^{12} \times 10^{-3} \times 3^8}{10^{-5} \times 3^8 \times 5^{10}}$ $\qquad F = 8 \times (7 \times 5)^5 \times \frac{5^2 \times 7^3}{7^4 \times 5^5} \times (7^{-2})^2$

Corrections

Exercice 5

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$0^{14} = 0$ car on a un produit d'au moins un des facteurs est 0

$(-2)^3 = -8$ on a trois facteurs négatifs (autrement dit on a un nombre impair de facteurs négatifs) donc le résultat est négatif, puis on effectue dans notre tête $2^3 = 8$ (voir premier calcul)

$(-1)^{10} = 1$ on a 10 facteurs négatif (autrement dit on a un nombre pair de facteurs négatifs) donc le résultat est positif, puis on effectue $1^{10} = 1$

$(-1)^{13} = -1$ on a 13 facteurs négatif (autrement dit on a un nombre impair de facteurs négatifs) donc le résultat est négatif, puis on effectue $1^{13} = 1$

Exercice 6

$3^2 \times 3^8 = 3^{2+8} = 3^{10}$

$4 \times 4^2 = 4^1 \times 4^2 = 4^{1+2} = 4^3$

$(-9)^3(-9)^2(-9) = (-9)^3(-9)^2(-9)^1 = (-9)^{3+2+1} = (-9)^6$

Exercice 7

$[(-3)^2]^2 = (-3)^{2\times2} = (-3)^4$

$[(-5)^3]^2 = (-5)^{3\times2} = (-5)^6$

$[(-2)^3]^2 = (-2)^{3\times2} = (-2)^6$

$[(7)^5]^2 = (7)^{5\times2} = (7)^{10}$

Exercice 8

$\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$

$\frac{(-4)^2}{(-4)^4} = (-4)^{2-4} = (-4)^{-2}$

$\frac{(-5)^4}{(-5)^2} = (-5)^{4-2} = (-5)^2$

Exercice 9

$A = (7^{-24} \times 7^{-26} \times 7^{51})^2 = \left(7^{-24+(-26)+51}\right)^2 = (7^1)^2$

$B = (5^{-4} \times 5^5)^3 = (5^{-4+3})^3 = (5^{-1})^3 = 5^{-3}$

$C = (2 \times 3)^5 \times 3^{-3} \times 2 \times 2^{-4} \times 3^{-1} = 2^5 \times 3^5 \times 3^{-3} \times 2^1 \times 2^{-4} \times 3^{-1}$
$= 2^{5+1+(-4)} \times 3^{5+(-3)+(-1)} = 2^2 \times 3^1$

$D = \frac{2^5\times3^8}{3^5\times2^3} = \frac{2^5}{2^3} \times \frac{3^8}{3^5} = 2^{5-3}3^{8-5} = 2^2 3^3$

$E = \frac{5^{12}\times10^{-3}\times3^8}{10^{-5}\times3^8\times5^{10}} = \frac{5^{12}\times(2\times5)^{-3}\times3^8}{(2\times5)^{-5}\times3^8\times5^{10}} = \frac{5^{12}\times2^{-3}\times5^{-3}\times3^8}{2^{-5}\times5^{-5}\times3^8\times5^{10}} = \frac{5^{12+(-3)}\times2^{-3}\times3^8}{2^{-5}\times5^{-5+10}\times3^8}$
$= 5^{9-1} \times 2^{-3-(-5)} \times 3^{8-8} = 5^8 \times 2^{-3+5} \times 3^0 = 5^8 \times 2^2 \times 1$

$F = 8 \times (7 \times 5)^5 \times \frac{5^2\times7^3}{7^4\times5^5} \times (7^{-2})^2 = 8 \times 7^5 \times 5^5 \times (5^{2-5} \times 7^{3-4}) \times 7^{-2\times2}$
$= 2^3 \times 7^{5+(-1)+(-4)} \times 5^{5+(-3)+(-4)} = 2^3 \times 7^0 \times 5^{-2} = 2^3 \times 5^{-2}$

Vus en classe

$A=(5^4)^3=5^{4\times3}=5^{4\times3}\quad (a^m)^n=a^{m\times n}$

$B=8^4\times8^7$

$C=\frac{7^8}{7^{-9}}$

$D=\frac{5^8\times5^{-11}}{5^7}$

$E=(5^7)^3(5^{-2})^4$

$F=\frac{(7^{11})^{-2}\times7^4}{(7^{-5})^{-3}}$

$G=\frac{(7^{11})^{14}}{7^4(7^{-2})^3}=\frac{7^{11\times14}}{7^47^{-2\times3}}=\frac{7^{154}}{7^47^{-6}}=\frac{7^{154}}{7^{4+(-6)}}=\frac{7^{154}}{7^{-2}}=7^{154-(-2)}=7^{154+2}=7^{156}$

$H=\frac{49^27^3}{(7^27^{-1})^8}=\frac{(7^2)^27^3}{(7^{2+(-1)})^8}=\frac{7^47^3}{(7^1)^8}=\frac{7^{4+3}}{7^{1\times8}}=\frac{7^7}{7^8}=7^{7-8}=7^{-1}$

$I=\frac{10^3\times(5^{-4})^2\times2^7}{50^6\times8^5}$

Correction

$A=(5^4)^3=5^{4\times3}=5^{4\times3}\qquad (a^m)^n=a^{m\times n}$

$B=8^4\times8^7=8^{4+7}=8^{11}\qquad a^ma^n=a^{m+n}$

$C=\frac{7^8}{7^{-9}}=7^{8-(-9)}=7^{8+9}=7^{17}\qquad \frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$

$D=\frac{5^8\times5^{-11}}{5^7}=\frac{5^{8+(-11)}}{5^7}=5^{-3-7}=5^{-10}$

$E=(5^7)^3(5^{-2})^4=5^{7\times3}5^{-2\times4}=5^{21}5^{-8}=5^{21+(-8)}=5^{13}$

$F=\frac{(7^{11})^{-2}\times7^4}{(7^{-5})^{-3}}=\frac{7^{11(-2)}\times7^4}{7^{-5(-3)}}=\frac{7^{-22}\times7^4}{7^{15}}=7^{-22+4-15}=7^{-33}$

$G=\frac{(7^{11})^{14}}{7^4(7^{-2})^3}=\frac{7^{11\times14}}{7^47^{-2\times3}}=\frac{7^{154}}{7^47^{-6}}=\frac{7^{154}}{7^{4+(-6)}}=\frac{7^{154}}{7^{-2}}=7^{154-(-2)}=7^{154+2}=7^{156}$

$H=\frac{49^27^3}{(7^27^{-1})^8}=\frac{(7^2)^27^3}{(7^{2+(-1)})^8}=\frac{7^47^3}{(7^1)^8}=\frac{7^{4+3}}{7^{1\times8}}=\frac{7^7}{7^8}=7^{7-8}=7^{-1}$

$I=\frac{10^3\times(5^{-4})^2\times2^7}{50^6\times8^5}=\frac{(2\times5)^3\times(5^{-4})^2\times2^7}{(5^2\times2)^6\times(2^3)^5}\qquad (ab)^m=a^mb^m$

$=\frac{2^3\times5^3\times5^{-4\times2}\times2^7}{(5^2)^6\times2^6\times2^{3\times5}}=\frac{2^{3+7}\times5^3\times5^{-8}}{5^{6\times2}\times2^6\times2^{15}}$

$=\frac{2^{10}\times5^{-5}}{5^{12}\times2^{6+15}}=\frac{2^{10}\times5^{-5-12}}{2^{21}}=2^{10-21}\times5^{-17}=2^{-11}\times5^{-17}$