Devoir surveillé (préparation)

Durée (2h)

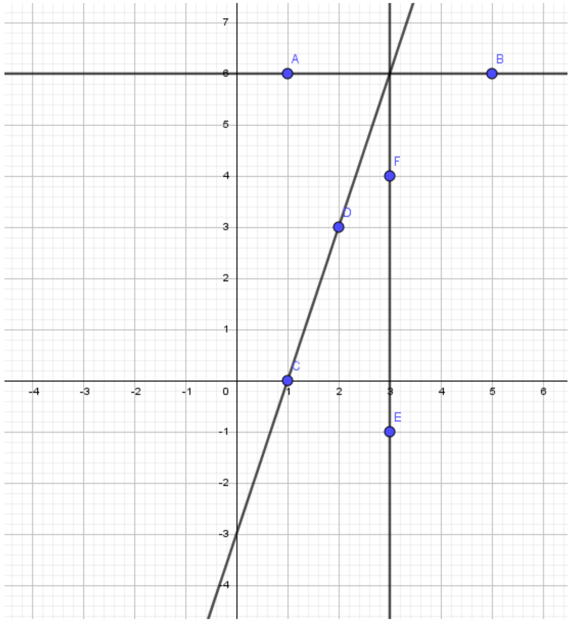
Exercice 1

Soit ABC un triangle tel que $A(7;7)$, $B(11;8)$ et $C(5;15)$

1) Vous ferez une figure à main levée (uniquement)
2) Déterminer les coordonnées de I le milieu de $[BC]$
3) soit K le symétrique de A par rapport à I, que représente I pour le segment [AK] ? (pas de justification attendue)
4) en déduire les coordonnées de K.
5) à l'aide de la formule des longueurs déterminer les valeurs AB², AC² et BC²
6) en déduire la nature de ABC puis celle de ABKC

Exercice 2

1) Dans le repère ci-dessous donner les équations réduites des droites (AB) , (CD) et (EF)
2) Tracer d_1, d_2 et d_3 les droites d'équations respectives :
   a. $y = -2x + 5,$
   b. $y = \frac{2}{3}x - 4$
   c. $x = -3$



Exercice 3

1) Soit $A(5;-3)$ et $B(7;-2)$, donner l'équation cartésienne de (AB) avec la méthode de votre choix.
2) Soit $C(-2;5)$ et $D(8;13)$, donner l'équation réduite de (CD) sans passer par l'équation cartésienne de cette droite.
3) $E(11;7)$ est il sur la droite (CD) ?

Exercice 4

Dire des droites suivantes les quelles sont parallèles :

$d_1 : 5x - 3y + 7 = 0$ $\quad$ $d_2 : 6x + 2y - 1 = 0$

$d_3 : -45x + 27y + 13 = 0$ $\quad$ $d_4 : x = -3$

$d_5 : y = 5x + 9$ $\quad$ $d_6 : y = -3x + 9$

$d_7 : x = 9$ $\quad$ $d_8 : y = \frac{5}{3}x + 11$

$d_9 : y = 5x - 7$

Exercice 5

1) Soit ABC rectangle en B avec AB=5cm et $\widehat{BAC} = 40°$ déterminer BC.
2) Soit GHI rectangle en I avec GH=7cm et HI=3cm déterminer $\widehat{IGH}$.

Exercice 6

Soit α un angle aigu tel que $\sin \alpha = 0{,}3$ déterminer $\cos \alpha$

Exercice 7

Partie 1

Soit $A(xA, yA)$ et $B(xB, yB)$ deux points. On veut déterminer $ax + by + c = 0$ une équation de la droite (AB).

1) Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de (AB) en fonction xA, yA, xB et yB puis de a et b.
2) En déduire les valeurs de a et b en fonction de xA, yA, xB et yB.
3) Déduire une écriture de l'équation cartésienne de (AB) en fonction de xA, yA, xB, yB, x, y et c.
4) Sachant que cette droite passe par $A(xA, yA)$, déduire une égalité en fonction de xA, yA, xB, yB et c découlant de l'équation cartésienne de (AB).
5) En déduire une expression de c en fonction de xA, yA, xB et yB

Partie 2

A l'aide du travail accompli durant la partie 1, compléter le programme ci-dessou qui doit donner l'équation de la droite (AB) en fonction de xA,yA,xB et yB.

```
def fun3(xA,yA,xB,yB) :
    a=
    b=
    c=
    print(a,"x+",b,"y+",c,"=0")
    print("est  une équation")
    print("cartésienne de la droite (AB)")
```

Correction

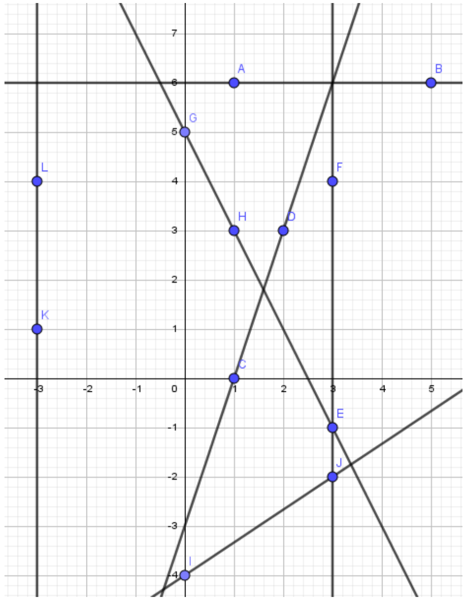
Exercice 1

Soit ABC un triangle tel que $A(7;7)$, $B(11;8)$ et $C(5;15)$

1) Vous ferez une figure à main levée (uniquement)
2) $I\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)=I\left(\frac{11+5}{2};\frac{8+15}{2}\right)=I(8;11{,}5)$
3) I est le milieu du segment [AK].
4) $I\left(\frac{x_A+x_K}{2};\frac{y_A+y_K}{2}\right)=I\left(\frac{7+x_K}{2};\frac{7+y_K}{2}\right)$ or $I(8;11{,}5)$ donc :
$\begin{cases}\frac{7+x_K}{2}=8\\ \frac{7+y_K}{2}=11{,}5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7+x_K=16\\ 7+y_K=23\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_K=16-7\\ y_K=23-7\end{cases}$ donc $K(9;16)$.
5) $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ donc $AB^2=(11-7)^2+(8-7)^2=4^2+1^2=17$, $AC^2=(5-7)^2+(15-7)^2=(-2)^2+8^2=68$ et $BC^2=(5-11)^2+(15-8)^2=(-6)^2+7^2=85$
6) On a $BC^2=AB^2+AC^2$ donc d'après le théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en A. Comme ABKC a ses diagonales qui se coupent en leur milieu c'est un parallélogramme, et comme il a en plus un angle droit c'est un rectangle

Exercice 2

1) (AB) : $y=6$, (CD) : $y=3x-3$et (EF) : $x=3$.
2) Tracer d_1, d_2 et d_3 les droites d'équations respectives :
   a. $y=-2x+5$,
   b. $y=\frac{2}{3}x-4$
   c. $x=-3$



Exercice 3

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}7-5\\-2-(-3)\end{pmatrix}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}=\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ donc (AB) : $1x-2y+c=0$ or cette droite passe par $A(5;-3)$ donc $1\times5-2(-3)+c=0\Leftrightarrow 5+6+c=0\Leftrightarrow c=-11$ ainsi (AB) : $x-2y-11=0$
2) $m=\frac{\Delta_y}{\Delta_x}=\frac{13-5}{8-(-2)}=\frac{8}{10}=0{,}8$ donc (CD) : $y=0{,}8x+p$ or cette droite passe par $C(-2;5)$ donc $5=0{,}8(-2)+p\Leftrightarrow 5+1{,}6=p$ ainsi l'équation est $y=0{,}8x+6{,}6$.
3) Avec $E(11;7)$ on a : $y=7$ et $0{,}8x+6{,}6=0{,}8\times11+6{,}6=15{,}4$ or $7\neq 15{,}4$ donc le point E n'est pas sur la droite (CD).

Exercice 4

Les droites de l'exercices ont pour vecteurs directeurs :

$d_1:\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}=\vec{u}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ $d_2:\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}-2\\6\end{pmatrix}$ $d_3:\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}-27\\-45\end{pmatrix}$ $d_4:\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

$d_5:\overrightarrow{u_5}\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix}$ $d_6:\overrightarrow{u_6}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ $d_7:\overrightarrow{u_7}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ $d_8:\overrightarrow{u_8}\begin{pmatrix}1\\\frac{5}{3}\end{pmatrix}$ $d_9:\overrightarrow{u_9}\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix}$

On remarque que $\overrightarrow{u_3}=-9\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_1}=3\overrightarrow{u_8}$ donc les droites 1, 3 et 8 sont parallèles. $\overrightarrow{u_2}=-2\overrightarrow{u_6}$ donc les droites 2 et 6 sont parallèles.

$\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=\overrightarrow{u_7}$ donc les droites 4 et 7 sont parallèles.

$\overrightarrow{u_5}=\overrightarrow{u_9}$ donc les droites 5 et 9 sont parallèles.

Exercice 5

1) Dans un triangle rectangle on a : $opp=\tan\alpha\times adj$ donc ici :
$$BC=\tan(\widehat{BAC})\,AB=\tan(40)\,5\approx 4{,}20$$
2) Dans un triangle rectangle on a $\sin\alpha=\frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$ donc ici :
$$\sin(\widehat{IGH})=\frac{HI}{GH}=\frac{3}{7}\text{ et donc }\widehat{IGH}=\sin^{-1}\left(\frac{3}{7}\right)\approx 25{,}38°$$

Exercice 6

α est un angle aigu donc $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1\Leftrightarrow\cos^2\alpha+(0{,}3)^2=1\Leftrightarrow\cos^2\alpha=1-0{,}09$ ici $0{,}91>0$ donc $\cos\alpha=\sqrt{0{,}91}$ ou $\cos\alpha=-\sqrt{0{,}91}$ or le cosinus d'un angle aigu est toujours entre 0 et 1 donc $\cos\alpha=\sqrt{0{,}91}$.

Exercice 7

Partie 1

Soit $A(xA,yA)$ et $B(xB,yB)$ deux points. On veut déterminer $ax+by+c=0$ une équation de la droite (AB).

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}xB-xA\\yB-yA\end{pmatrix}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$
2) Ainsi $a=yB-yA$ et $b=-(xB-xA)=-xB+xA$
3) $ax+by+c=0\ \Leftrightarrow (yB-yA)x+(-xB+xA)y+c=0.$

4) $(yB - yA)xA + (-xB + xA)yA + c = 0.$

5) $(yB - yA)xA + (-xB + xA)yA + c = 0 \Leftrightarrow$

$$c = -(yB - yA)xA - (-xB + xA)yA$$

Partie 2

```
def fun3(xA,yA,xB,yB) :
    a=yB-yA
    b=-xB+xA
    c=-(yB-yA)*xA-(-xB+xA)*yA
    print(a,"x+",b,"y+",c,"=0")
    print("est  une équation")
    print("cartésienne de la droite (AB)")
```