

Entrainement calculs littéraux, équations et inéquations.

Partie 1

1) Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 24x^2 - 16y$$

$$B = (11x - 5)(3x + 8) - (5 - 11x)(9x - 4)$$

$$C = 64y^2 + 112y + 49 - (6y + 3)^2$$

$$D = z^4 - 256y^8$$

2) Résoudre les équations suivantes :

$$(2 - 7x)(4x - 5) = 0 \quad (2x - 5)^2 - 9 = 0$$

$$36x^2 + 84x + 49 = 0 \quad 3x^2 + 30x - 33 = 0 \text{ (chaud !!!!)}$$

3) résoudre et représenter graphiquement les solutions des inéquations :

$$5x + 3 > 7x - 9 \quad 17x - 9 \geq 8x + 18$$

4) Résoudre l'inéquation suivante : $\frac{(2x+7)(-5-9x)}{(11-10x)(4x+3)} \geq 0$

Cours : nouveauté

Résolution des équations de la forme $x^2 = a$

On peut gérer ça avec les méthodes déjà maîtrisées :

Si $a < 0$ un carré ne pouvant être négatif, l'équation n'aura pas de solution

Si $a = 0$ alors on a une équation produit nul et $x = 0$ ou $x = 0$

Si $a > 0$ alors $a = \sqrt{a}^2$ et donc $x^2 = a \Leftrightarrow x^2 = \sqrt{a}^2 \Leftrightarrow x^2 - \sqrt{a}^2 = 0$

$$\Leftrightarrow (x - \sqrt{a})(x + \sqrt{a}) = 0 \quad \Leftrightarrow (x - \sqrt{a}) = 0 \text{ ou } (x + \sqrt{a}) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{a} \text{ ou } x = -\sqrt{a}$$

Nouveau raccourci

Soit une équation de la forme $X^2 = a$

Si $a < 0$ elle n'a pas de solution

Si $a = 0$ alors $X = 0$

Si $a > 0$ alors $X = \sqrt{a}$ ou $X = -\sqrt{a}$

Pourquoi un grand X ?

ça va nous permettre de généraliser, X peut correspondre comme dans la vieille méthode à x mais ça peut être remplacé par n'importe quoi d'autre. Explications

de M. Monka : <https://www.youtube.com/watch?v=ef15aeQRs6w>

Exemples supplémentaires :

Reprenons les trois derniers éléments de la question 2 de la fiche à gauche :

$$(2x - 5)^2 - 9 = 0 \quad \Leftrightarrow (2x - 5)^2 = 9$$

je reconnais $X^2 = a$ avec $a = 9$ et $X = 2x - 5$, ici $a > 0$ donc $X = \sqrt{9}$ et $X = -\sqrt{9}$

$$\Leftrightarrow 2x - 5 = 3 \text{ ou } 2x - 5 = -3$$

$$\Leftrightarrow 2x = 8 \text{ ou } 2x = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = 1$$

$$36x^2 + 84x + 49 = 0 \Leftrightarrow (6x + 7)^2 = 0$$

je reconnais $X^2 = a$ avec $a = 0$ et $X = 6x + 7$,

$$\text{donc } X = 0 \Leftrightarrow 6x + 7 = 0 \text{ ou } 6x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-7}{6}$$

$$3x^2 + 30x - 33 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 10x - 11 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 5^2 = 11 + 5^2$$

$$\Leftrightarrow (x + 5)^2 = 36 \quad \text{je reconnais } X^2 = a \text{ avec } a = 36 \text{ et } X = x + 5,$$

ici $a > 0$ donc $X = \sqrt{36}$ et $X = -\sqrt{36}$

$$\Leftrightarrow x + 5 = 6 \text{ ou } x + 5 = -6 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -11$$

Partie 2

1) Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 50x - 75y$$

$$B = (2x - 5)(3x + 8) + (5 - 2x)(9x - 4)$$

$$C = x^2 - 10x + 25 - (7x + 8)(5 - x)$$

$$D = 36y^2 + 36y + 9 - (8y + 7)^2$$

2) Résoudre les équations suivantes :

$$(3x - 5)(7x + 2)(4x - 5) = 0 \quad 16z^4 - 81 = 0$$

$$(2x - 5)^2 + 9 = 0 \quad (13x + 5)^2 = 0$$

$$x^2 - 12x + 35 = 0 \quad 5x^2 - 5x - 30 = 0$$

$$121x^2 - 110x + 24 = 0$$

3) résoudre et représenter graphiquement les solutions des inéquations :

$$5x + 3 > 7x - 9 \quad 17x - 9 \geq 8x + 18$$

4) Résoudre les inéquations suivantes :

$$\frac{(2x-3)(5-9x)}{8-10x} \geq 0 \quad (5x - 7)(11 + 9x) < 0$$

Partie 1

1) Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 24x^2 - 16y = 8(3x^2 - 2y)$$

$$\begin{aligned} B &= (11x - 5)(3x + 8) - (5 - 11x)(9x - 4) \\ &= (11x - 5)(3x + 8) - (11x - 5)(-1)(9x - 4) \\ &= (11x - 5)[3x + 8 - (-1)(9x - 4)] \\ &= (11x - 5)[3x + 8 - (-9x + 4)] \\ &= (11x - 5)[3x + 8 + 9x - 4] \\ &= (11x - 5)[12x + 4] = (11x - 5)4[3x + 1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 64y^2 + 112y + 49 - (6y + 3)^2 \\ &= (8y + 7)^2 - (6y + 3)^2 \\ &= [(8y + 7) - (6y + 3)][(8y + 7) + (6y + 3)] \\ &= [8y + 7 - 6y - 3][8y + 7 + 6y + 3] \\ &= [2y + 4][14y + 10] \\ &= 2[y + 2][7y + 5] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= z^4 - 256y^8 = (z^2)^2 - (16y^4)^2 \\ &= [z^2 - 16y^4][z^2 + 16y^4] \\ &= [(z - 4y^2)(z + 4y^2)][z^2 + 16y^4] \end{aligned}$$

2) Résoudre les équations suivantes :

$$(2 - 7x)(4x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2 - 7x) = 0 \text{ ou } (4x - 5) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{7} = x \text{ ou } x = \frac{5}{4}$$

$$(2x - 5)^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (2x - 5)^2 - 3^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow [(2x - 5) - 3][(2x - 5) + 3] = 0$$

$$\Leftrightarrow [2x - 8][2x - 2] = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 8 = 0 \text{ ou } 2x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = 8 \text{ ou } 2x = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = 1$$

$$36x^2 + 84x + 49 = 0 \Leftrightarrow (6x + 7)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x + 7 = 0 \text{ ou } 6x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-7}{6}$$

$$3x^2 + 30x - 33 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 10x - 11 = 0$$

$\Leftrightarrow x^2 + 10x = 11$ on va rajouter de quoi avoir une identité remarquable complète à gauche

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x + 5^2 = 11 + 5^2$$

$$\Leftrightarrow (x + 5)^2 = 36 \Leftrightarrow (x + 5)^2 - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 5)^2 - 6^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow [(x + 5) - 6][(x + 5) + 6] = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 5 - 6 = 0 \text{ ou } x + 5 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -11$$

3) résoudre et représenter graphiquement les solutions des inéquations :

$$-5x - 3 < 9 - 7x \quad 11 - 17x \geq -8x - 16$$

$$\Leftrightarrow 7x - 5x < 9 + 3 \quad \Leftrightarrow 11 + 16 \geq 17x - 8x$$

$$\Leftrightarrow 2x < 12 \quad \Leftrightarrow 27 \geq 9x$$

$$\Leftrightarrow x < 6 \quad \Leftrightarrow 3 \geq x$$

$$S =]-\infty, 6[\quad S = [3; +\infty[$$



4) Résoudre l'inéquation suivante : $\frac{(2x+7)(-5-9x)}{(11-10x)(4x+3)} \geq 0$

$$(2x + 7) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{2}$$

$$(-5 - 9x) \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{9} \geq x$$

$$(11 - 10x) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{11}{10} \geq x$$

$$(4x + 3) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{4}$$

x	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{5}{9}$	$\frac{11}{10}$	$+\infty$			
$2x+7$	-	○	+	+	+	+			
$-5-9x$	+	+	+	○	-	-			
$11-10x$	+	+	+	+	○	-			
$4x+3$	-	-	○	+	+	+			
Q	+	○	-		+	○	-		+

$$S =]-\infty, -7/2[\cup]-3/4; -5/9[\cup]11/10; +\infty[$$

Devoir maison facultatif

(préparation au DS n°1)

$$1) A = 50x - 75y = 25(2x - 3y)$$

$$\begin{aligned} B &= (2x - 5)(3x + 8) + (5 - 2x)(9x - 4) \\ &= (2x - 5)(3x + 8) + (2x - 5)(-1)(9x - 4) \\ &= (2x - 5)[(3x + 8) + (-1)(9x - 4)] \\ &= (2x - 5)[3x + 8 - 9x + 4] \\ &= (2x - 5)[-6x + 12] = (2x - 5)6[-x + 2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= x^2 - 10x + 25 - (7x + 8)(5 - x) \\ &= (x - 5)^2 - (7x + 8)(x - 5)(-1) \\ &= (x - 5)[(x - 5) - (7x + 8)(-1)] \\ &= (x - 5)[x - 5 - (-7x - 8)] \\ &= (x - 5)[x - 5 + 7x + 8] \\ &= (x - 5)[8x + 3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 36y^2 + 36y + 9 - (8y + 7)^2 \\ &= (6y + 3)^2 - (8y + 7)^2 \\ &= [(6y + 3) - (8y + 7)][(6y + 3) + (8y + 7)] \\ &= [-2y - 4][14y + 10] = -2[y + 2]2[7y + 5] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) (3x - 5)(7x + 2)(4x - 5) &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x - 5 = 0 \text{ ou } 7x + 2 = 0 \text{ ou } 4x - 5 = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \text{ ou } x = -\frac{2}{7} \text{ ou } x = \frac{5}{4}$$

$$16z^4 - 81 = 0 \Leftrightarrow (4z^2)^2 - 9^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow [4z^2 - 9][4z^2 + 9] = 0$$

$$\Leftrightarrow [2z - 3][2z + 3][4z^2 + 9] = 0$$

$$\Leftrightarrow 2z - 3 = 0 \text{ ou } 2z + 3 = 0 \text{ ou } 4z^2 + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{3}{2} \text{ ou } z = -\frac{3}{2} \text{ ou } (2z)^2 = -9$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{3}{2} \text{ ou } z = -\frac{3}{2} \text{ car la dernière équation n'a pas de solution (vu que } a < 0)$$

$$(2x - 5)^2 + 9 = 0 \quad \Leftrightarrow (2x - 5)^2 = -9$$

Je reconnais $X^2 = a$ avec $X = 2x - 5$ et $a = -9$ Comme $a < 0$ l'équation n'a pas de solution

$$(13x + 5)^2 = 0$$

Je reconnais $X^2 = a$ avec $X = 13x + 5$ et $a = 0$ Comme $a = 0$ l'équation a une solution $X = 0$

$$\Leftrightarrow 13x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{13}$$

$$x^2 - 12x + 35 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 12x + 36 = 36 - 35 \Leftrightarrow (x - 6)^2 = 1$$

Je reconnais $X^2 = a$ avec $X = 13x + 5$ et $a = 1$ Comme $a > 0$ l'équation a deux solutions :

$$X = \sqrt{1} \text{ ou } X = -\sqrt{1} \Leftrightarrow x - 6 = 1 \text{ ou } x - 6 = -1$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \text{ ou } x = 5$$

$$5x^2 - 5x - 30 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow (x - 0,5)^2 = 6,25$$

Je reconnais $X^2 = a$ avec $X = x - 0,5$ et $a = 6,25$ Comme $a > 0$ l'équation a deux solutions :

$$X = \sqrt{6,25} \text{ ou } X = -\sqrt{6,25}$$

$$\Leftrightarrow x - 0,5 = 2,5 \text{ ou } x - 0,5 = -2,5$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -2$$

$$121x^2 - 110x + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow (11x)^2 - 2 \times 11x \times 5 + 5^2 = -24 + 5^2$$

$$\Leftrightarrow (11x - 5)^2 = 1$$

Je reconnais $X^2 = a$ avec $X = 11x - 5$ et $a = 1$ Comme $a > 0$ l'équation a deux solutions :

$$X = \sqrt{1} \text{ ou } X = -\sqrt{1}$$

$$\Leftrightarrow 11x - 5 = 1 \text{ ou } 11x - 5 = -1$$

$$\Leftrightarrow 11x = 6 \text{ ou } 11x = 4 \quad \Leftrightarrow x = \frac{6}{11} \text{ ou } x = \frac{4}{11}$$

$$3) 5x + 3 > 7x - 9$$

$$\Leftrightarrow 9 + 3 > 7x - 5x$$

$$\Leftrightarrow 12 > 2x$$

$$\Leftrightarrow 6 > x$$

$$17x - 9 \geq 8x + 18$$

$$\Leftrightarrow 17x - 8x \geq 9 + 18$$

$$\Leftrightarrow 9x \geq 27$$

$$\Leftrightarrow x \geq 3$$



$$4) \frac{(2x-3)(5-9x)}{8-10x} \geq 0 \quad (2x-3) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$$

$$(5-9x) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \geq x \quad 8-10x \geq 0 \Leftrightarrow \frac{8}{10} \geq 0$$

x	$-\infty$	$\frac{5}{9}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$		
$2x-3$	-	-	-	0	+		
$5-9x$	+	0	-	-	-		
$8-10x$	+	+	0	-	-		
Q	-	0	+		-	0	+

$$\text{Donc } S = \left[\frac{5}{9}; \frac{8}{10}\right] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$$

$$(5x-7)(11+9x) < 0 \quad 5x-7 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{7}{5}$$

$$(11+9x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{-11}{9}$$

x	$-\infty$	$-\frac{11}{9}$	$\frac{7}{5}$	$+\infty$	
$5x-7$	-	-	0	+	
$11+9x$	-	0	+	+	
P	+	0	-	0	+

$$\text{Donc } S = \left] \frac{-11}{9}; \frac{7}{5} \right[$$