

Fiche méthode : inéquations avec valeurs absolues

Compétence 1 :

Savoir résoudre les inéquations du genre $|x + 5| \leq 4$ et $|x - 7| > 3$

| Méthode / explication | Exemple 1 | Exemple 2 |
|---|--|---|
| | $ x + 5 \leq 4$ | $ x - 7 > 3$ |
| On se ramène à une forme où on a une soustraction dans la valeur absolue | $\Leftrightarrow x - (-5) \leq 4$ <i>La distance entre -5 et x est comparée avec 4</i> | Rien à faire <i>La distance entre 7 et x est comparée avec 3</i> |
| Sur l'axe je vais placer la valeur de référence et deux points de part et d'autre de celle-ci, situé à la distance fournie à droite dans mon inégalité. | | |
| Je colorie les points situés à une distance adéquate | <i>La distance entre -5 et x étant plus petite que 4, on va colorier la zone entre les deux valeurs butoirs. (Les points moins éloignés)</i> | <i>La distance entre 7 et x étant plus grande que 3, on va colorier la zone à l'extérieur des deux valeurs butoirs (les points plus éloignés)</i> |
| Je place mes crochets. Ils sont ouverts si l'inégalité est stricte, fermés si l'inégalité est large. | | |
| J'interprète ce que je viens de trouver. | $S = [-9; -1]$ | $S =] - \infty; 4[\cup] 10; +\infty[$ |

Cas particuliers

$|7 - x| > 3$ a exactement les mêmes solutions et se résout de la même manière que $|x - 7| > 3$ on parle à chaque fois de la distance entre 7 et x

$|-x - 11| \leq 1$ à l'intérieur de la racine j'ai le droit de permuter les éléments du moment que je les prends avec le signe qui les précède : $|-11 - x| \leq 1$ (distance entre -11 et x)

Compétence 2 :

savoir traduire un ensemble du type $] - \infty; a] \cup [b; +\infty[$ ou $[a; b]$ sous la forme d'une inéquation.

| Méthode / explication | Exemple 1 | Exemple 2 |
|--|---|---|
| | | |
| On cherche les coordonnées du milieu | $m = \frac{-5 + 7}{2} = 1$ | $m = \frac{-4 + 10}{2} = 3$ |
| On évalue la distance entre le centre et les bords | $d = 7 - 1 = 6$ ou $d = 1 - (-5) = 6$ | $d = 10 - 3 = 7$ ou $d = 3 - (-4) = 7$ |
| L'inéquation sera de la forme : $ x - m \dots d$ | $ x - 1 \geq 6$ Le supérieur vient du fait qu'on a colorié à l'extérieur, le « ou égal » vient du fait que les bornes sont fermées en -5 et 7 | $ x - 3 \leq 7$ L'inférieur vient du fait qu'on a colorié à l'intérieur, le « ou égal » vient du fait que les bornes sont fermées en -4 et 10 |

