Exercice Géométrie dans l'espace (Livre)

(les corrections de la fiche complémentaire
est plus loin dans le document)

Exercice 1P211
Vu le codage des arêtes [AC] et [BC], le point C est visible , il est situé devant la face ABD , cette information est contredite par le codage de l'arête [CD], il faudra remplacer ces pointillés par un trait plein.

Exercice 6P211
Si on avait à faire à un cube représenté en perspective cavalière, les arêtes [EH], [FG], … devraient être représentées par des segments plus petits que [AB] et les autres arêtes comprises dans des faces parallèles à l'observateur.

Exercice 11P211
a) Non !
b) Oui !

Exercice 12P212
a) I est sur (AB) et (AB) est dans (ABC) donc I est sur (ABC) (vers alt) $\begin{cases} I \in (AB) \\ (AB) \subset (ABC) \end{cases}$ $donc\ I \in (ABC)$
b) ABCD étant une face du cube D est aussi sur le plan (ABC) , de plus (DC) // (AB) donc I n'est pas sur (DC) donc (ABC) pourra donc être appelé (IDC)

Exercice 14P212
$\begin{cases} B \in (IA) \\ (IA) \subset (IAJ) \end{cases}$ $donc\ B \in (IAJ)$, de plus J n'est pas sur (AB) donc J, A et B sont trois points non alignés du plans (IAJ) donc ce dernier peut aussi s'appeler (BAJ)

Exercice 17P212
Voir exercice 12P212

Exercice 22P212
M, A et B sont sur (AB) une droite de (ABC) donc ils sont tous trois dans ce plan.
N, A et C sont sur (AC) une droite de (ABC) donc ils sont tous trois dans ce plan.
Les quatre points M,B,N et C sont donc bien dans (ABC) donc ils sont coplanaires.

Exercice 23P212
a) (CG) est la médiane issue de C du triangle ABC donc elle coupe [AB] en son milieu I. (DG') est la médiane issue de D du triangle ABD et donc elle coupe [AB] en son milieu I. Ainsi les droites (CG), (DG') et (AB) se coupent en I
b) Les droites (CG) et (DG') étant sécantes elles sont coplanaires, et donc les points C, G , D et G' le sont aussi.

Exercice 27P212
(ABCD) et (EFGH) (ABFE) et (DCGH) (ADHE) et (BCGF)

Exercice 28P212
I et J sont sur le plan (ABCD) donc (IJ) est incluse dans ce plan. Comme K n'est pas dans (ABCD), (IJK) n'est pas confondu avec (ABCD) mais il possède une droite en commun avec ce plan et donc ils sont sécants selon cette droite.

Exercice 29P212
Comme l'exercice précédent , la droite commune est (BC)

Exercice 31P213
a) G contrairement à A et B n'est pas dans (ABCD) et donc (ABCD) et (ABG) sont deux plans non confondus partagent deux points : A et B, et donc ils se coupent selon (AB).
b) E contrairement à A et B n'est pas dans (ABCD) et donc (ABCD) et (ABE) sont deux plans non confondus partagent deux points : A et B, et donc ils se coupent selon (AB).
c) H contrairement à D et B n'est pas dans (ABCD) et donc (ABCD) et (HBD) sont deux plans non confondus partagent deux points : D et B, et donc ils se coupent selon (DB).

Exercice 33P213
a) La droite (BF)
b) La droite (HG)

Exercice 34P213

a) A est sur la face AEHD et donc dans le plan (HED) , c'est le cas aussi du point E, on a donc A et E qui sont des points communs aux plans (HED) et (AEGC) , ces derniers se coupent donc selon la droite (AE)
b) Det H sont deux points communs aux deux plans non confondus (BDHF) et (CDHG) , je peux donc en déduire que ces derniers se coupent selon la droite (DH).

Exercice 35P213

a) Ces deux plans sont non confondus et ont au moins deux points en commun A et I , ils se coupent donc selon la droites (AI).
b) Ces deux plans sont non confondus et ont au moins deux points en commun J et I , ils se coupent donc selon la droites (JI).

Exercice 36P213

Dans ABCD on a : (AB) // (DC)
Dans CDHG on a (HG) // (DC) (DC) étant paralléle à (AB) et (HG) ces dernières sont donc parallèles entre elles.

Exercice 37P213

a) (DC) est parallèle à (AB) or (AB) et (AF) sont sécantes donc (DC) et (AF) ne sont pas parallèles.
b) Les deux plans ont parmi leurs points communs A et B, de plus ils ne sont pas confondus donc ils se coupent selon (AB) . (DC) est parallèle et distincte de (AB) donc ces deux droites n'ont aucun point commun et donc il n'y a aucun point de (DC) qui soit aussi dans (ABFE) et donc à plus forte raison aucun de ses point qui sera sur (AF) , donc les deux droites ne sont pas sécantes.

Exercice 39P213

A n'est pas dans la face (BCD) (dans le cas contraire, nous n'aurions pas à faire à un volume) donc les quatre points ne sont pas coplanaires. Et donc les droites (AC) et (BD) ne sont pas coplanaires.

Exercice 40P213

(AC) coupe (BCD) en C. (IJ) est une droite de (BCD) ne passant pas par C donc les droites ((IJ) et (AC) sont ni sécantes ni parallèles : elles ne sont pas coplanaires.

Exercice 44P214

ADMN a ses côtés [DM] et [AN] parallèles et de même mesure donc ADMN est un parallélogramme, (de plus il a un angle droit donc c'est un rectangle) donc (DA) // (MN).
Propriété utilisable : Une droite et un plan peuvent être sécants ou parallèles

Exercice 45P214

a) Les deux plans se coupent selon la droite (IJ) or « Si deux plans parallèles sont coupés par un même troisième alors ça sera selon deux droites paralléles. » donc (IJ) // (BC)
b) La flemme !

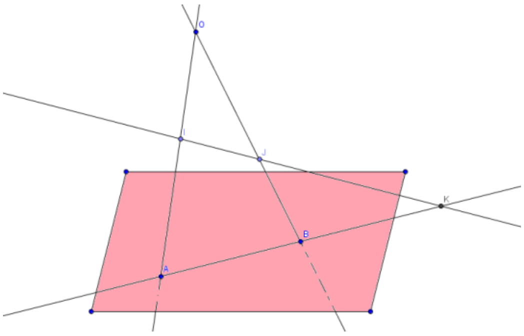
Exercice 47P213

Les droites (AD) et (BC) respectivement sur les plans P et Q sont parallèles, donc d'après le théorème du toit , d la droite d'intersection entre P et Q sera parallèle à ces deux droites.

Exercice 48P214

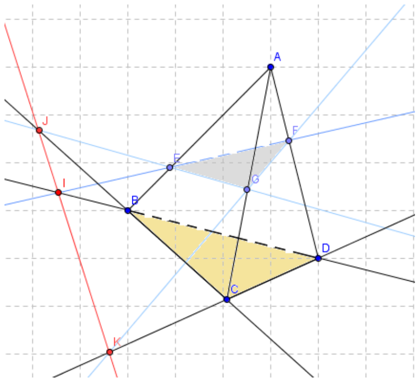
I est sur (BC) droite de (ABC) donc I est dans (ABC)
I est sur (HK) droite de (GHK) donc I est dans (GHK)
E et F sont des points communs aux deux plans non confondus donc ils se coupent selon (EF)
Cette droite contient tous les points communs aux deux plans, I compris.

Exercice Fiche complémentaire

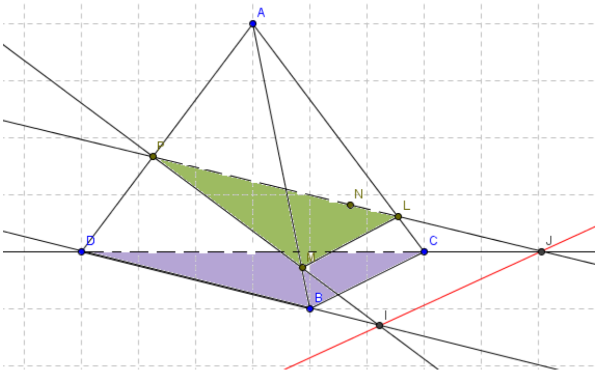


Exercice 23P298
Les droites (IA) et (JB) sont sécantes en O donc les 5 points I, J, A, B et O sont coplanaires, les deux droites (IJ) et (AB) n'étant pas parallèles elles seront donc sécantes en un point que l'on nommera K. K est donc un point de la droite (AB) droite qui est incluse dans (P). I et J n'étant pas dans (P) la droite (IJ) n'est pas incluse dans (P) , comme elle a un point K dans ce plan on peut dire que (IJ) coupe (P) en K.

Exercice 25P299
1) E est sur [AB] et F est sur [AD] donc les droites (EF) et (BD) sont dans le plan (ABD) et n'étant pas parallèles elles seront donc sécantes. Il en va de même pour les droites (EG) et (BC) d'une part et (FG) et (CD) d'autre part.
2) Les droites (EF) , (EG) et (FG) étant dans le plan (EFG) et les droites (BD), (BC) et (CD) étant dans le plan (BCD) , leurs points d'intersection respectifs : I, J et K seront donc sur les deux plans en même temps.
3) Ces trois point sont sur l'intersection entre les deux plans non confondus (EFG) et (BCD) et donc ils sont sur la droite d'intersection de ces deux plans, ils sont donc alignés.



Exercice 26P299

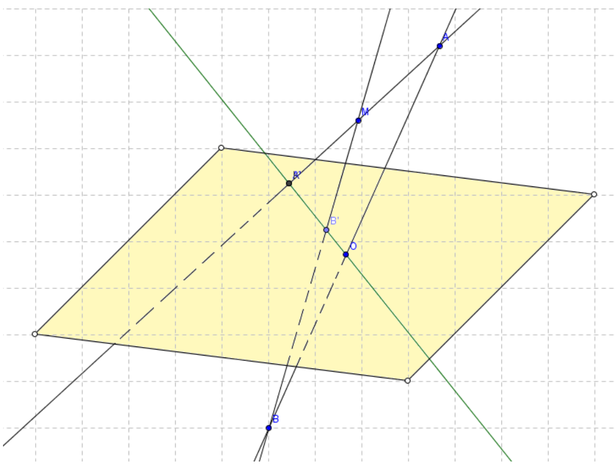


1) P et N sont sur le plan (ADC) et donc la droite (PN) le sera aussi. Etant donné qu'elle n'est pas parallèle à (AC) autre droite de (ADC) elle la coupera en un point que l'on appelle L. Ainsi L est sur (PN) et sur (AC) , donc sur (MPN) et sur (AC).
Donc P et L sont à la fois dans (MNP) et dans la face ADC, donc (PL) sera la droite d'intersection de ces deux plans, on peut dire que cette droite est la section de la face ADC par le plan (MNP).
De la même manière on pourra dire que (PM) et (ML) sont les sections respectivement des faces ABD et ABC par le plan (MNP).
J'ai colorié en vert la surface comprise entre ces trois droites, c'est la section de la pyramide par le plan (MNP).

2) les droites (PM) et (PL) sont dans (MNP) alors que (DB) et (DC) sont dans le plan (DBC). Ainsi I le point d'intersection de (DB) et (PM) d'une part , et J point d'intersection entre (PL) et (DC) d'autre part sont des point communs aux plans (BCD) et (MNP) , donc (IJ) est la droite d'intersection entre ces deux plans.

Exercice 28P299
Quand on reproduit la figure et que l'on essaye de placer le point A', on trace la droite (AM) puis on a un gros problème, où est le point A' sur cette droite, on fait une construction en deux dimension d'une figure en 3D et on manque de repère. On sait que O , A' et B' sont des points du plans (P), des points d'intersection entre ce plan et des droites (AB) , (AM) et (BM) , on peut se rendre compte que ces trois droites passent par les points A, B et M , et donc elles sont dans le plan (ABM) , ainsi les points O, A' et B' sont des points d'intersection des plans (ABM) et (P) , ces trois points sont donc sur une même droite.
Ainsi je sais que A' sera la droite (OB') et (AM) , il ne me reste plus qu'à tracer le point d'intersection de ces deux droites.
Remarque
par contre si on ne nous donne pas de point B' (ni le point A') on est dans l'impossibilité de tracer le reste de la figure.

2) si l'on trace un autre point M , on aura un nouveau point A' et un nouveau B' , et de nouveau les points A', B' et O seront aligné , donc pour tous les points M possibles on obtiendra des points A' et B' alignés avec O.
3) si (AB) est parallèle avec le plan (P) alors elle ne le coupera pas, donc il n'y aura pas de



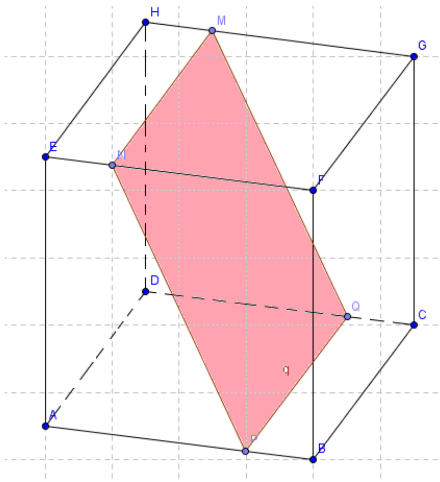
point O sur la figure .
Si (A'B') la droite d'intersection entre (P) et le plan (ABM) n'était pas parallèle à (AB) alors il existerait K un point d'intersection entre (AB) et (A'B') , et donc K point de (AB) serait sur (P) ce qui est impossible vu que (AB) est parallèle à (P) (et non confondue avec ce plan). On a donc (A'B') et (AB) qui sont parallèles, donc si on nous propose une figure avec un point B' déjà placé , il ne nous restera qu'à tracer la parallèle à (AB) passant par B' , elle coupera la droite (AM) en A'.

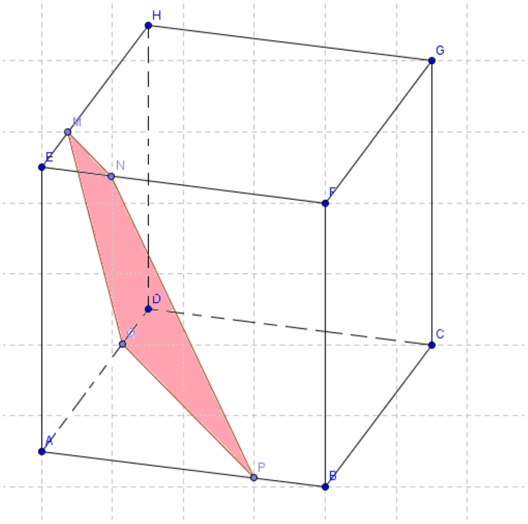
Remarque

par contre si on ne nous donne pas de point B' (ni le point A') on est dans l'impossibilité de tracer le reste de la figure.

Exercice 29P299

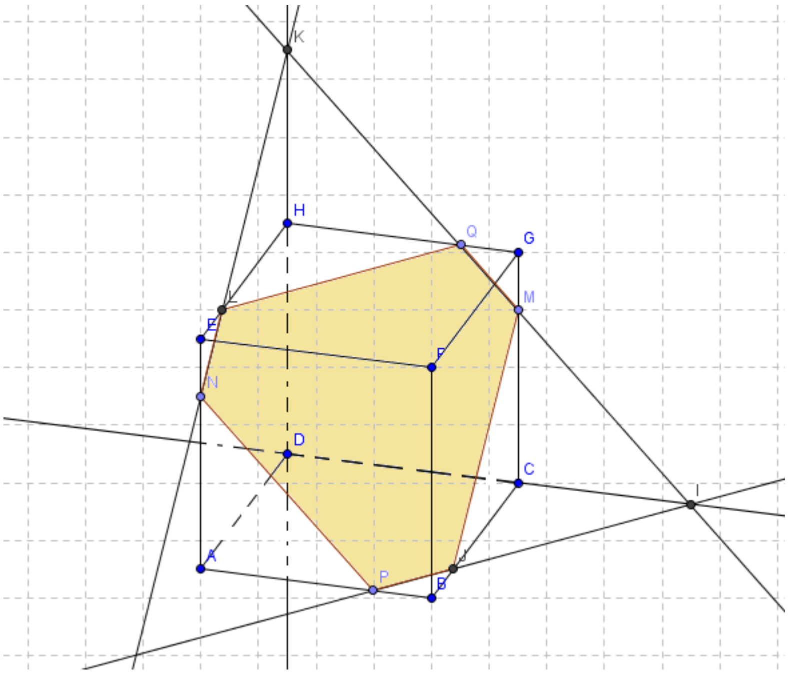
1)« si deux plans sont parallèles, tous plan sécant à l'un est sécant à l'autre, et les droites d'intersections sont parallèles.
2) (la droite (NP) est à la fois sur la face ABFE et sur le plan (MNP) et donc c'est la droite d'intersection de ces deux plans.
Les faces ABFE et DCGH sont parallèles elles seront donc coupées par le plan (MNP) selon deux droites parallèles, ainsi l'intersection entre DCGH et (MNP) sera une droite parallèle à (NP) passant par M point d'intersection entre DCGH et (MNP). Cette droite coupera (DC) en Q , ainsi Q est aussi sur la face ABCD et donc P et Q sont à la fois sur cette face et sur le plan (MNP) donc (QP) est la droite d'intersection entre les deux plans.
De la même manière on peut montrer que (NM) est la droite d'intersection entre (MNP) et la face EHGF , et en utilisant un raisonnement analogue à celui tenu au début du 2) on peut déduire que (MN) et (QP) sont parallèles.
3) il nous faut dessiner et colorier le parallélogramme MNPQ





Exercice 30P299

J'ai tracé la parallèle à (MN) passant par P elle coupera (AD) en un point que je nomme Q.
La section cherchée sera le trapèze MNPQ.



Exercice 31P299

Il faudra changer l'énoncé à partir de la question 2
2) A l'aide de la droite trouvée à la question précédente trouvez un point qui comme P soit à la fois sur le plan ABCD et sur le plan (MNP). En déduire l'intersection de [BC] et de (MNP).
3) En utilisant la même démarche qu'à la question 2, déterminer l'intersection de [EH] et de (MNP)
4) tracez la section du cube par le plan (MNP).

1) (MNP) coupe la face ABFE selon la droite (NP)
Les faces ABFE et CGHD sont parallèles, et donc elles sont coupées par (MNP) par deux droites parallèles.
On sait de plus que M est un point d'intersection entre (MNP) et (CGHD) donc l'intersection entre ces deux plan sera une droite passant par M et étant parallèle à (NP)
Je nomme Q le point d'intersection entre cette droite et (GH) , on pourra donc nommer l'intersection entre (MNP) et (CGHD) : (MQ).
2) la droite (QM) coupe (DC) (qui est une droite de (ABCD)) en un point que je nomme I, ainsi I est tout comme P un point commun entre (MNP) et le plan (ABCD) .
La droite (IP) est donc la droite d'intersection entre les deux plans. Elle coupe l'arête [BC] en un point que j'appelle J.
3) la droite (QM) coupe (DH) en K et donc ce point est sur le plan MNP et sur la droite (DH) et donc aussi sur le plan (ADHE). N étant aussi un point d'intersection entre (MNP) et (ADHE), la droite (NK) est la droite d'intersection entre ces deux plans. (NK) coupe l'arête [EH] en un point que je nomme L.
4) le polygone NPJMQL est la section du cube par le plan (MNP)
Si je devais justifier , il me suffit d'établir que chacun des sommet de ce polygone est à la fois sur (MNP) et sur une arrête du cube, et que chacun de ses côté est sur une face du cube.