

Correction

Interrogation Parité : Sujet fenêtre

Exercice 1

Prouver que « La somme de trois nombres pairs est un nombre pair ».

Exercice 2

Soit a un nombre pair et b un nombre impair.

- 1) Après avoir fait quelques tests avec des valeurs choisies (qui doivent apparaître sur votre copie) conjecturer la parité de $N = 8a + 4b + 5$
- 2) Prouver votre conjecture en utilisant la méthode habituelle ou en rédigeant proprement à l'aide des propriétés suivantes que l'on considérera comme admises.
 - a. Le produit de deux pairs est un pair.
 - b. Le produit de deux impairs est un impair.
 - c. Le produit d'un nombre pair par un impair est un nombre pair.
 - d. La somme (ou la différence) de deux nombres pairs ou de deux nombres impairs est un nombre pair.
 - e. La somme (ou la différence) d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

Exercice 1

Soit m , n et o trois nombres pairs,

alors il existe k , k' et k'' tels que $m = 2k$, $n = 2k'$ et $o = 2k''$ et donc $m + n + o = 2k + 2k' + 2k'' = 2(k + k' + k'') = 2q$ avec $q = k + k' + k''$ un entier. Ainsi $m + n + o$ est pair.

Exercice 2

Soit a un nombre pair et b un nombre impair.

1) Avec $a = 8$ et $b = 3$

on a $N = 8 \times 8 + 4 \times 3 + 5 = 64 + 12 + 5 = 91$ impair.

Avec $a = 10$ et $b = 7$

on a $N = 8 \times 10 + 4 \times 7 + 5 = 80 + 28 + 5 = 113$ impair.

On peut penser que N sera impair.

2) Méthode habituelle

Soit a un nombre pair et b un nombre impair donc il existe k_1 et k_2 tels que $a = 2k_1$ et $b = 2k_2 + 1$

$N = 8a + 4b + 5 = 8 \times 2k_1 + 4 \times (2k_2 + 1) + 5 = 16k_1 + 8k_2 + 4 + 5 = 16k_1 + 8k_2 + 9 = 16k_1 + 8k_2 + 4 \times 2 + 1 = 2(8k_1 + 4k_2 + 4) + 1 = 2q + 1$ avec $q = 8k_1 + 4k_2 + 4$ un entier. Donc N est impair.

Méthode 2

Soit a un nombre pair et b un nombre impair

Le produit de deux pairs est un pair donc $8a$ est pair.

Le produit d'un nombre pair par un impair est un nombre pair donc $4b$ est pair.

La somme (ou la différence) de deux nombres pairs ou de deux nombres impairs est un nombre pair donc $(8a + 4b)$ est pair.

La somme (ou la différence) d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair donc $(8a + 4b) + 5$ est impair.

Conclusion : $N = 8a + 4b + 5$ est impair.