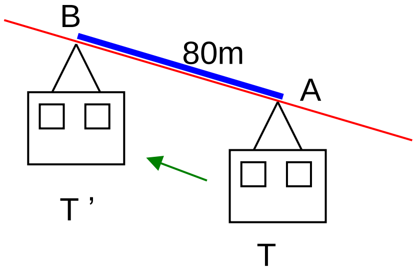
LES VECTEURS (1)

I. Translation

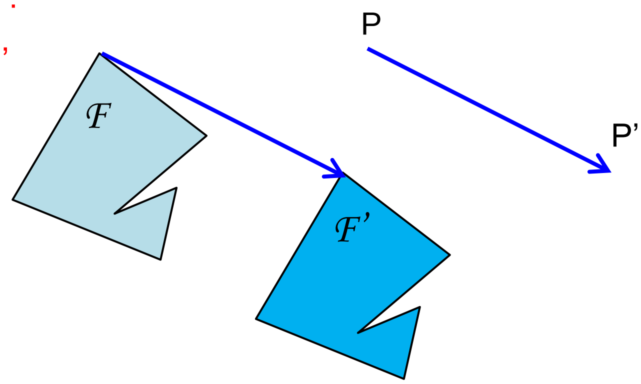
Exemple :



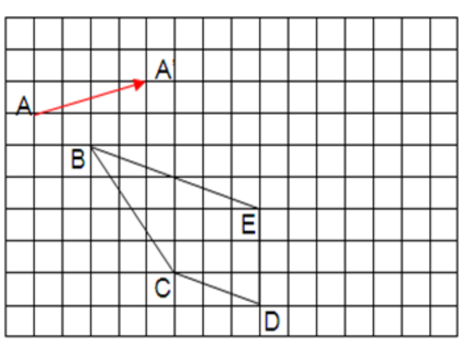
Une translation est un glissement :
- avec une direction donnée :
  câble du téléphérique, la droite (AB),
- avec un sens donné :
  le téléphérique monte de A vers B,
- avec une longueur donnée :
  80m, longueur AB

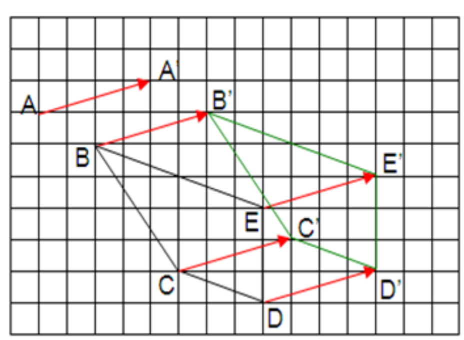
On dit que : Le téléphérique T' est l'image du téléphérique T par la translation qui transforme A en B.

Définition :
Soit P et P' deux points distincts du plan.
On appelle **translation** qui envoie P sur P' la transformation dont l'image $\mathcal{F}'$ d'une figure $\mathcal{F}$ est obtenue en faisant glisser la figure $\mathcal{F}$:
- selon la direction de la droite (PP'),
- dans le sens de P vers P',
- d'une longueur égale à PP'.



Méthode : Construire l'image d'une figure par une translation
Soit ***t*** la translation qui transforme A en A'.
Construire l'image B'C'D'E' du trapèze BCDE par la translation ***t***.



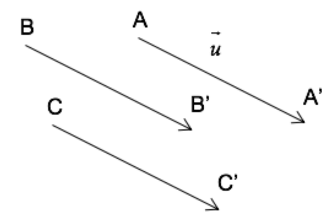


I.Vecteurs

1. Définition :

Définition :
Soit t la translation qui envoie A sur A', B sur B' et C sur C'.
Les couples de points (A ; A'), (B ; B') et (C ; C') définissent un **vecteur** caractérisé par :
- une direction : celle de la droite (AA'),
- un sens : de A vers A',
- une longueur : la longueur AA'.

On note $\vec{u}$ ce vecteur et on écrit : $\vec{u} = \overrightarrow{AA'}$.
On dit que $\overrightarrow{AA'}$ est un **représentant** de $\vec{u}$.
$\overrightarrow{BB'}$ et $\overrightarrow{CC'}$ sont également des représentants de $\vec{u}$.



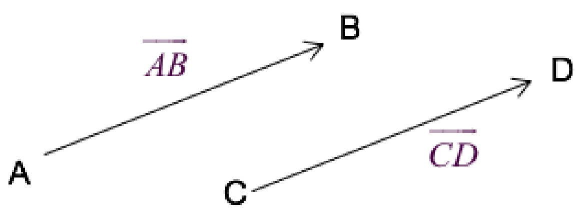
Remarque : La longueur d'un vecteur est aussi appelée la **norme** du vecteur.

2. Égalité de vecteurs

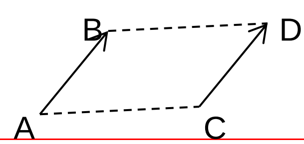
Définition :
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **égaux** lorsqu'ils ont même direction, même sens et même longueur.

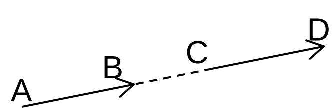
On note $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Exemple :
Ci-dessous, on peut poser : $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont des représentants du vecteur $\vec{u}$.



Propriété du parallélogramme :
Soit A, B, C et D quatre points deux à deux distincts.
Dire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux revient à dire que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme, éventuellement aplati.





Démonstration :

- Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ transforme le point C en D. Les segments [AB] et [CD] ont donc même longueur et même direction.
  Le quadrilatère non croisé ABDC est donc un parallélogramme éventuellement aplati.
- Réciproquement : Les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles et de même longueur donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, définis à l'aide des segments [AB] et [CD] d'un parallélogramme ABDC, sont égaux.

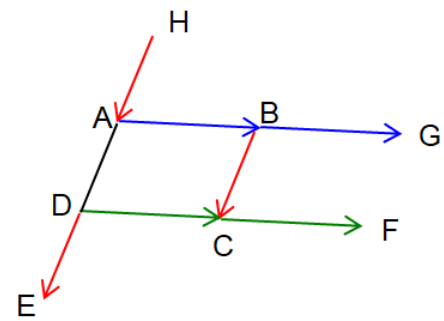
<u>Méthode :</u> Construire un point défini à partir de vecteurs

A partir du parallélogramme ABCD, construire les points E, F, G et H tels que :

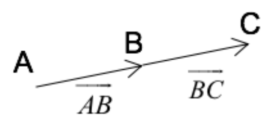
$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DC}$ $\qquad\qquad$ $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{BC}$



<u>Propriété du milieu :</u>
Dire que B est le milieu du segment [AC] revient à dire que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont égaux.



3. <u>Vecteur nul</u>

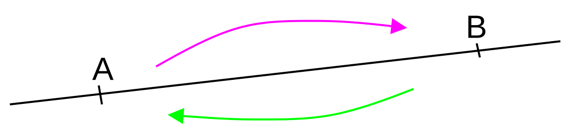
<u>Définition :</u>
Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est **nul** lorsque les points A et B sont confondus.

On note : $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

<u>Remarque :</u> Pour tout point M, on a : $\overrightarrow{MM} = \vec{0}$.

4. <u>Vecteurs opposés</u>

Il ne faut pas confondre sens et direction !
Une droite définit une direction, ci-dessous la direction de la droite (AB).
Cependant une direction possède deux sens, ici de « A vers B » ou de « B vers A ».



<u>Définition :</u>
Deux vecteurs sont **opposés** lorsqu'ils ont la même direction, la même longueur et qu'ils sont de sens contraire.

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont des vecteurs opposés.
On note $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$