**Exercice 4P184**

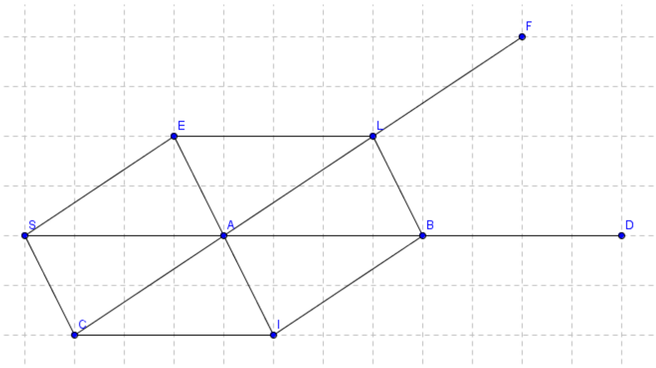
a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CF}$
b) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BF}$

**Exercice 6P184**

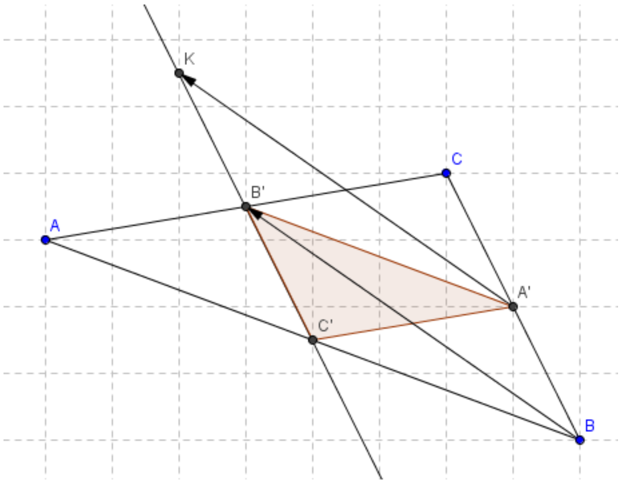
1) a) C'est B      b) C'est C.
2) a) un point hors de l'espace représenté, situé à 4cm à gauche de C.   b) C'est D

**Exercice 7P184**

a) $\overrightarrow{ES} = \overrightarrow{LA} = \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BI}$ la justification commencerait ainsi : ESAL est un parallélogramme donc $\overrightarrow{ES} = \overrightarrow{LA}$
b) $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{SA} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EL}$
c) Et d)




**Exercice 10P184**



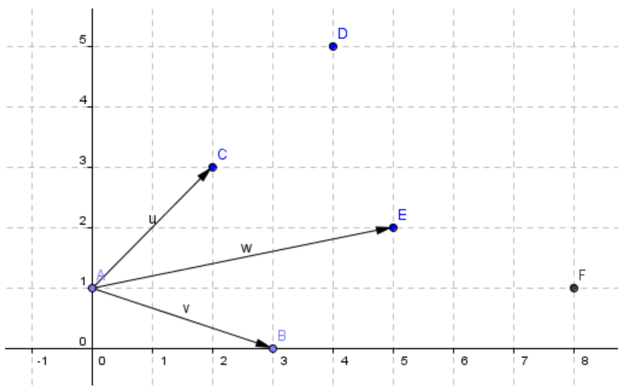

1) a)

b) on a par hypothèse : $\overrightarrow{A'K} = \overrightarrow{BB'}$ donc A'KB'B est un parallélogramme (voir cours)

c) A' est le milieu de [BC] donc on a : $\overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{A'C}$
démonstration : A' est le milieu de [BC] donc on a BA'=A'C et (BA) // (A'C), ainsi $\overrightarrow{BA'}$ et $\overrightarrow{A'C}$ sont de même norme de même direction, si jamais ils étaient de sens contraires alors B et C seraient confondus, donc ils sont de même sens. Ces deux vecteurs ont leurs trois caractéristiques identiques ils sont donc égaux.

De plus comme A'KB'B est un parallélogramme (a) on a $\overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{B'K}$, ainsi $\overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{B'K}$. Comme $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{B'K}$ on a A'CKB' est un parallélogramme.
d) A' et B' et C' sont les milieux respectifs de [BC], [AC] et [AB] donc on a AC' = C'B= ½AB , de plus d'après les théorèmes des milieux on peut dire que : (A'B')//(AB) , et A'B'= ½AB .
AC'A'B', est un quadrilatères qui ont deux côtés parallèles de même mesure donc c'est un parallélogramme.
On a donc entre autre $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{B'A'}$
Or A'CKB' est un parallélogramme donc $\overrightarrow{KC} = \overrightarrow{B'A'}$ donc on aura $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{B'A'}$ et $\overrightarrow{KC} = \overrightarrow{B'A'}$ donc $\overrightarrow{KC} = \overrightarrow{AC'}$ et donc CKAC' est un parallélogramme.

**Exercice 12P185**




Pour faire l'image de C par la translation de vecteur $\vec{u}$ , je selectionne l'avant dernière icône de la barre d'icônes en haut de l'écran, puis je selectionne translation, je clique sur C puis sur le vecteur $\vec{u}$ , l'ordinateur me crée le bon point mais lui donne le nom C' , je dois donc le renommer.
5) quand je trace l'image de E par la translation de vecteur $\vec{u}$ j'obtient un point E' confondu avec F.
Pour prouver ce résultat, je cherche
A est transformé en E par la translation de vecteur $\vec{w}$, point qui sera transformé en E' par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB} = \vec{v}$

Donc on peut passer de E à E' par la translation de vecteur $\vec{w}+\vec{v}$

A est transformé en B par la translation de vecteur $\vec{v}$, point qui sera transformé en F par la translation de vecteur $\vec{w}$
Donc on peut passer de E à F par la translation de vecteur $\vec{v}+\vec{w}$ or $\vec{v}+\vec{w}=\vec{w}+\vec{v}$ donc on a à faire à la même translation que celle qui transforme A en E' et donc E' = F

**Exercice 19P185**

$\overrightarrow{AB}\binom{x_B-x_A}{y_B-y_A}=\overrightarrow{AB}\binom{5-1}{-1-3}=\overrightarrow{AB}\binom{4}{-4}$ , $\overrightarrow{AC}\binom{1}{2}$, $\overrightarrow{AD}\binom{7}{-2}$, $\overrightarrow{BC}\binom{-2}{6}$, $\overrightarrow{BD}\binom{2}{2}$, $\overrightarrow{CD}\binom{4}{-4}$

On a donc $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ et donc ABDC qui est un parallélogramme.

On n'a pas $\overrightarrow{AD}=\ \overrightarrow{BC}$ donc ADCB n'est pas un parallélogramme.

On n'a pas $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}$ donc ACBD n'est pas un parallélogramme.

**Exercice 20P185**

$\overrightarrow{AB}\binom{4}{-4}$ et $\overrightarrow{DC}\binom{2-x}{5-y}$ si on veut que ABCD soit un parallélogramme il nous faut avoir $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ et donc $\begin{cases}4 = 2-\mathrm{x}\\ -4 = 5-\mathrm{y}\end{cases}$

Autrement dit avoir x = -2 et y = 9

**Exercice 23P186**

$\vec{v}=3t\overrightarrow{OI}$ ⇔ $\vec{v}\binom{3t}{0}$

$\vec{u}=\vec{0}$ ⇔ t-7= 0 et 4-m = 0 ⇔ t = 7 et 4 = m

$\vec{v}=\vec{0}$ ⇔ 3t = 0 ⇔ t = 0

$\vec{u}=\vec{v}$ ⇔ t-7 = 3t et 4-m = 0 ⇔ $\begin{cases}-7 = 2\mathrm{t}\\ \mathrm{m} = 4\end{cases}$ ⇔ $\begin{cases}\mathrm{t} = -3{,}5\\ \mathrm{m} = 4\end{cases}$

**Exercice 26P186**

$\overrightarrow{AB}\binom{-3}{2}$ , $\overrightarrow{AC}\binom{-1}{-3}$

Si M a pour coordonnées (x ;y) alors $\overrightarrow{AM}\binom{x-2}{y-1}$ , $\overrightarrow{BM}\binom{x+1}{y-3}$ et donc $\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}\right)\binom{2x-1}{2y-4}$

$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}$ ⇔ $\binom{-3}{2}=\binom{2x-1}{2y-4}$ ⇔ $\begin{cases}-3=2x-1\\ 2=2y-4\end{cases}$ ⇔ $\begin{cases}-1=x\\ 3=y\end{cases}$

**Exercice 29P187**

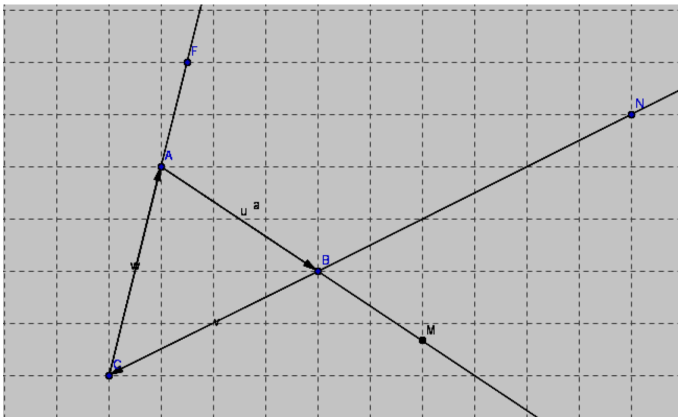
$\overrightarrow{f_1}\binom{2}{1}$ , $\overrightarrow{f_2}\binom{-2}{6}$ donc $\left(\overrightarrow{f_1}+\overrightarrow{f_2}\right)\binom{0}{7}$

On veut que les trois forces se compensent donc que la somme des trois donne $\vec{0}$, ou encore que $\overrightarrow{f_3}$ soit l'opposée de $\left(\overrightarrow{f_1}+\overrightarrow{f_2}\right)$ donc $\overrightarrow{f_3}\binom{0}{-7}$.

**Exercice 31P187**

a) $2\vec{X}-3\vec{\imath}=\vec{\jmath}$ donc $\vec{X}=1{,}5\vec{\imath}+0{,}5\vec{\jmath}$ b) $\vec{X}=0{,}5\vec{\imath}-0{,}5\vec{\jmath}$

**Exercice 32P187**




a) $\vec{u}=1\vec{\imath}+0\vec{\jmath}$ b) $\vec{v}=0\vec{\imath}+0\vec{\jmath}$ c) $\vec{u}=\frac{7}{2}\vec{\imath}-\frac{3}{4}\vec{\jmath}$

**Exercice 33P187**

pour placer mes points j'ai utilisé le fait que quand un vecteur faisait un déplacement vertical de n carreaux et horizontal de m carreaux , le vecteur est coupé en m parties par des cotés verticaux de carreaux donc chaque partie correspond à $\frac{1}{m}$ du vecteur. le vecteur est coupé en n parties par des cotés horizontaux de carreaux donc chaque partie correspond à $\frac{1}{n}$ du vecteur.

**Exercice 43P188**

a) $\overrightarrow{AB}\binom{-3}{1}$ , $\overrightarrow{AC}\binom{3}{-1}$ , $\overrightarrow{BC}\binom{6}{-2}$

b) $2\overrightarrow{AB}\binom{-6}{2}$, $-\overrightarrow{AB}\binom{3}{-1}$, $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1,5\\-0,5\end{pmatrix}$, $-\overrightarrow{AC}\binom{-3}{1}$, $2\overrightarrow{BC}\binom{12}{-4}$, $\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}4\\\frac{-4}{3}\end{pmatrix}$

c) $\left(2\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right)\begin{pmatrix}-4,5\\1,5\end{pmatrix}$ ; $(-\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC})\binom{15}{-5}$, $\left(2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}\right)\begin{pmatrix}-5\\\frac{5}{3}\end{pmatrix}$

**Exercice 45P188**

$\overrightarrow{AB}\binom{7}{2}$ , $\overrightarrow{AC}\binom{6}{1}$ donc $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})\binom{13}{3}$ donc $\left(\frac{3}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})\right)\begin{pmatrix}19,5\\4,5\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-(-5)\\y-(-3)\end{pmatrix}=\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x+5\\y+3\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x+5\\y+3\end{pmatrix}=\left(\frac{3}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})\right)\begin{pmatrix}19,5\\4,5\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases}19,5=x+5\\4,5=y+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}14,5=x\\1,5=y\end{cases}$

Donc M a pour coordonnées (14,5 ;1,5)

**Exercice 52P189**

a) $|\vec{u};\vec{v}|=6-6=0$ donc les vecteurs sont colinéaires ; b) $|\vec{u};\vec{v}|=\frac{-1}{3}+\frac{1}{2}\neq 0$ donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires.

c) $|\vec{u};\vec{v}|=1-1=0$ donc les vecteurs sont colinéaires; d) $|\vec{u};\vec{v}|=1+1\neq 0$ donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires.

e) $|\vec{u};\vec{v}|=(\sqrt{2}-1)(3+\sqrt{2})-(\sqrt{2}+1)1=3\sqrt{2}+2-3-\sqrt{2}-\sqrt{2}-1=\sqrt{2}\neq 0$ donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires.

**Exercice 53P189**

$\vec{u}\ et\ \vec{v}$ sont colinéaires donc il existe un nombre réel $\alpha$ tel que $\vec{u}=\alpha\vec{v}$

On a donc $(2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=\alpha(\overrightarrow{AB}+x\overrightarrow{AC})$ et donc

$(2-\alpha)\overrightarrow{AB}=(1+x\alpha)\overrightarrow{AC}$ or ABC est un triangle donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires on doit donc avoir $\begin{cases}(2-\alpha)=0\\(1+x\alpha)=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha=2\\(1+x\alpha)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha=2\\1+2x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha=2\\x=\frac{-1}{2}\end{cases}$

Ainsi pour que les vecteurs soient colinéaires on doit nécessairement avoir $x=\frac{-1}{2}$ et dans ce cas $\vec{u}=2\vec{v}$

**Exercice 54P189**

$\vec{u}\ et\ \vec{v}$ sont colinéaires donc il existe un nombre réel $\mu$ tel que $\vec{u}=\mu\vec{v}$

On a donc $\left(\frac{1}{2}\vec{\imath}-\frac{3}{4}\vec{\jmath}\right)=\mu(a\vec{\imath}-\vec{\jmath})$ et donc $\left(\frac{1}{2}-\mu a\right)\vec{\imath}=\left(\frac{3}{4}-\mu\right)\vec{\jmath}$ or les vecteurs $\vec{\imath}\ et\ \vec{\jmath}$ ne sont pas colinéaires donc

$\begin{cases}\frac{1}{2}-\mu a=0\\\frac{3}{4}-\mu=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{2}-\mu a=0\\\frac{3}{4}=\mu\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{2}-\frac{3}{4}a=0\\\frac{3}{4}=\mu\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{2}=\frac{3}{4}a\\\frac{3}{4}=\mu\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{2}{3}=a\\\frac{3}{4}=\mu\end{cases}$

**Exercice 55P189**

a) $\vec{u}\ et\ \vec{v}$ sont colinéaires ⇔ $|\vec{u};\vec{v}| = 0$ ⇔ 25+2k = 0 ⇔ k = -12,5

b) $\vec{u}\ et\ \vec{v}$ sont colinéaires ⇔ $|\vec{u};\vec{v}| = 0$ ⇔ 10-3k² = 0 ⇔ k² = $\frac{10}{3}$ ⇔ k = $\sqrt{\frac{10}{3}}$ ou $-\sqrt{\frac{10}{3}}$

b) $\vec{u}\ et\ \vec{v}$ sont colinéaires ⇔ $|\vec{u};\vec{v}| = 0$ ⇔ k²4$\sqrt{2}$+15k = 0 ⇔ k(k4$\sqrt{2}$-15) = 0 ⇔ k = 0 ou $\frac{15}{4\sqrt{2}}$ ⇔ k = 0 ou $\frac{15\sqrt{2}}{8}$

**Exercice 63P189**

1) a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AL} = \overrightarrow{AL} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$

b) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{LB} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{SI}$

2) a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BL} + \overrightarrow{LA} = \overrightarrow{AL} + \overrightarrow{LA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AL} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AL} = \overrightarrow{CS} + \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AL} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AL} = \overrightarrow{CL}$

**Exercice 68P190**

Faire un petit dessin peut aider.

On veut montre que C est le milieu de [AD] donc que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD}$ ou encore que $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$

Première voie : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{CE} + 2\overrightarrow{BC}$

Ce point E me gène, $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ donc C est le milieu de [AD]

Deuxième voie : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AE} + 2\overrightarrow{BC}$

Ce point E me gène, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = 2\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) = 2\overrightarrow{AC}$ donc C est le milieu de [AD]

**remarque**

La seule fois ou le point D est décrit c'est par l'égalité $\overrightarrow{ED} = 2\overrightarrow{BC}$ , cette égalité fait intervenir un point E qui est définit grace à l'égalité $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$ on peut donc dire que $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$ et donc $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$ j'ai donc une égalité dépourvue de

**Exercice 69P190**

On a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$ on veut montrer que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{ED}$

Pour créer $\overrightarrow{BC}$ il me faut un vecteur commençant par B et un terminant par C, dans le membre de droite $\overrightarrow{AC}$ convient par contre il n'y a pas de vecteur commençant par B, en regardant dans le membre de gauche j'ai un vecteur se terminant par B : $\overrightarrow{AB}$, si je le fait passer à droite je vais obtenir $\overrightarrow{BA}$ un vecteur qui me convient bien ! $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$ ⇔$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$

⇔ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AE}$ ⇔ $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$⇔ $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{BC}$

On peut donc déduire que ce quadrilatère est un parallélogramme.

**Exercice 72P190**

$\overrightarrow{AB}\binom{3}{-2}$ , $\overrightarrow{AC}\binom{-9}{6}$ pour savoir si les points sont alignés il me suffit de voir si les deux vecteurs sont colinéaires, ici on voit facilement que -3$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

Si on a besoin de lunettes on peut aussi faire le calcul $3 \times 6 - (-2)(-9) = 18 - 18 = 0$

**Exercice 74P190**

On pose M($x_M; y_M$) $\overrightarrow{CM}\binom{x_M+4}{y_M+2} = x\vec{u}\binom{2x}{5x}$ et on a donc $\begin{cases} x_M+4=2x \\ y_M+2=5x \end{cases}$ on aura donc facilement M(2x-4 ;5x-2)

Et donc $\overrightarrow{AM}\binom{2x-4-3}{5x-2-7}$, $\overrightarrow{AM}\binom{2x-7}{5x-9}$

Pour que M soit sur (AB) il faut que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}\binom{5}{-5}$ soient colinéaires donc que (2x-7)(-5)-(5x-9)5 = 0

$\Leftrightarrow$ -10x+35 – 25x +45= 0 70 = 35x donc x = 2

**Exercice 83P191**

1a) relation de chasles,

$\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CJ}$ donc $2\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{CJ}$ or J étant le milieu de [BC] on aura : $\overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{CJ} = \vec{0}$ donc :

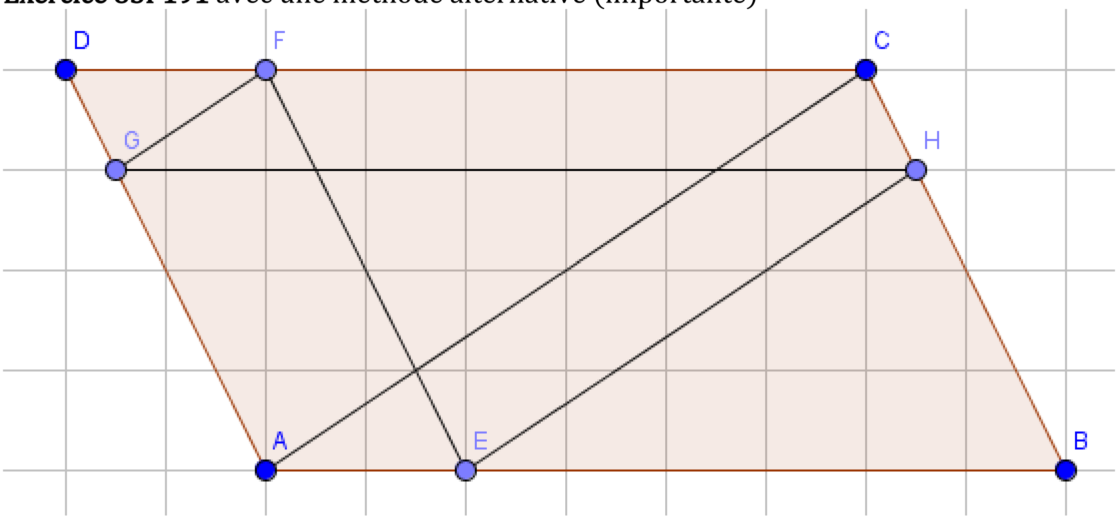
$2\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MI}$ et $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NI}$ donc $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{NI}$ or I étant le milieu de [MN] on aura : $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{NI} = \vec{0}$ donc : $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}$

2) En divisant par 2 les égalités trouvées aux deux questions précédentes on aura : $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$ et $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}\right)$

3) $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}\right)$ *donc* d'après la manière dont ont été défini les points M et N dans l'énoncé : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\left(k\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}\right)$ donc $\overrightarrow{AI} = k\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) = k\overrightarrow{AJ}$ les points A, I et J sont donc alignés.

**Exercice 85P191** avec une méthode alternative (importante)




Pour se faciliter la vie on peut transformer la recherche géométrique en une recherche analytique (qui se fera uniquement avec du calcul et de l'application de formule)

Il nous faut commencer par trouver un repère dans lequel travailler (généralement on vous le donne pour vous faciliter la vie)

Quand on regarde l'énoncé on voit que tout tourne autour du point A et qu'on utilise deux vecteurs comme référence $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ donc je vais choisir de travailler dans le repères $\left(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right)$ bien d'autres repères pourraient faire l'affaire mais c'est celui qui va nous faciliter le plus la vie.

A partir de là il me faut trouver les coordonnées de chacun des points.

*La méthode pour trouver les coordonnées du point M c'est de décomposer le vecteur* $\overrightarrow{AM}$ *en fonction des deux du repère, c'est à dire d'utiliser la définition du cours :* $M(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$

Par exemple $\overrightarrow{AA} = \vec{0} = 0\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD}$ donc $A(0; 0)$

$\overrightarrow{AB} = 1\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD}$ donc $B(1; 0)$ $\quad$ $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD}$ donc $E\left(\frac{1}{4}; 0\right)$

$\overrightarrow{AD} = 0\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD}$ donc $D(0; 1)$ $\quad$ $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} = 0\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$ donc $G\left(0; \frac{3}{4}\right)$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 1\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD}$ donc $C(1; 1)$ on a utilisé le fait que ABCD est un parallélogramme et donc que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

De plus vu qu'on a tracé des parallèles pour placer les points F et H on peut prouver rapidement que AEFD et AGHB sont des parallélogrammes. On aura donc $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AG}$

Et donc

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = 0\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD}$ $\quad$ donc $F\left(\frac{1}{4}; 1\right)$

$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG} = 1\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} = 1\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$ $\quad$ donc $H\left(1; \frac{3}{4}\right)$

Ainsi $\overrightarrow{GF}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}-0\\1-\frac{3}{4}\end{pmatrix}=\overrightarrow{GF}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}\\\frac{1}{4}\end{pmatrix}$ ce qui confirme bien que $\overrightarrow{GF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{EH}\begin{pmatrix}1-\frac{1}{4}\\\frac{3}{4}-0\end{pmatrix}=\overrightarrow{EH}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\\frac{3}{4}\end{pmatrix}$ ce qui confirme bien que $\overrightarrow{EH}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$

Pour montrer le parallélisme de (GF), (EH) et (AC) on peut prouver que les vecteurs associés sont colinéaires.

$\overrightarrow{GF}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}\\\frac{1}{4}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{EH}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\\frac{3}{4}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}=1\overrightarrow{AB}+1\overrightarrow{AD}$ donc $\overrightarrow{AC}\binom{1}{1}$ donc $\overrightarrow{GF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{EH}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{EH}=3\overrightarrow{GF}$

Donc les vecteurs sont colinéaires et donc les droites sont parallèles.

**Exercice 86P191**

Dans cette correction on utilise le théorème de thalés sans vraiment préciser quelles sont les hypothèses utilisées, donc l'erreur est un peu masquée

Une des hypothèses nécessaire pour utiliser ce théorème est que : A, M et N soient alignés (on aurait marqué M appartient à [AN])

**Solution possible** : Exprimons $\overrightarrow{NM} et \overrightarrow{NA}$ en fonction de $\overrightarrow{CD} et \overrightarrow{CB}$ .

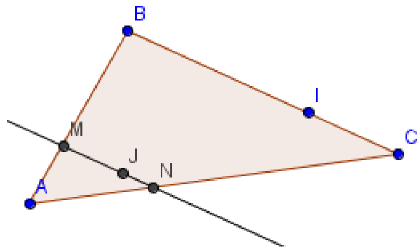
$\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{CM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

$\overrightarrow{NA}=\overrightarrow{ND}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}=3\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}\right)=3\overrightarrow{NM}$

Donc $\overrightarrow{NM} et \overrightarrow{NA}$ sont colinéaires, et donc les points N, M et A sont alignés.

**94P193**

Partie A




1a) N étant sur [AC], les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires et donc il existe un réel $k$ tel que $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AN}$

b) la droite (MN) coupant les côtés [AB] et [AC] de ABC respectivement en M et N et étant parallèle au côté [BC], le théorème de Thalès nous donne $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$

comme $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AN}$ et k positif on a AC = k AN et donc $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}=k$ et donc AB = k AM

comme k est positif, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires de même sens on peut dire que $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AM}$

c) $\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}=-k\overrightarrow{AN}+k\overrightarrow{AM}=k\left(-\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AM}\right)=k\overrightarrow{NM}$

2) comme J est sur [NM] et $NJ=\frac{1}{3}NM$ on a $\overrightarrow{NJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{NM}$

De même comme I est sur [BC] et $CI=\frac{1}{3}CB$ on a $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

$\overrightarrow{CI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}=\frac{1}{3}k\overrightarrow{NM}=k\frac{1}{3}k\overrightarrow{NM}=k\overrightarrow{NJ}$ et donc $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CI}=k\overrightarrow{AN}+k\overrightarrow{NJ}=k\left(\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{NJ}\right)=k\overrightarrow{AJ}$ ainsi A, J et I alignés

Partie B

1a)Dans le triangle AI'C, la droite (JN) est parallèle au côté (I'C) de plus elle coupe les côtés [AI'] et [AC] respectivement en J et en N, donc d'après le théorème de thalès on a : $\frac{AC}{AN}=\frac{CI'}{NJ}=\frac{AI'}{AJ}$ or $\frac{AC}{AN}=a$ donc $a=\frac{CI'}{NJ}$

Dans la question Partie A b) on a montré que $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$ donc $\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$ donc $a=\frac{BC}{MN}$

b) $\frac{CI}{NJ}=\frac{\frac{1}{3}CB}{\frac{1}{3}NM}=\frac{BC}{MN}=a$

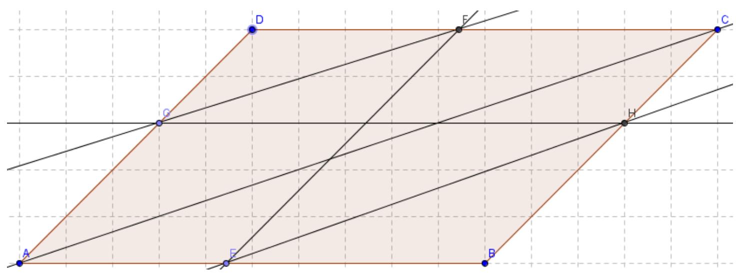
2a) on a donc CI=aNJ et CI' =aNJ donc CI=CI'

b) on a donc I et I' deux points de (BC) situés à égale distance de C un point de la droite, les deux points sont donc confondus ou symétriques par rapport à C. I et I' étant tout deux dans le triangle ils ne peuvent être symétriques et donc ils sont confondus.

**96P193**

Soit O l'intersection de (EF) et (GH)

ABCD étant un parallélogramme et (EF) // (AD) et (AB) // (GH) on peut montrer facilement que ADFE et AGHB sont des parallélogrammes et donc que $\overrightarrow{BH}=\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{AE}$.



Approche 1

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} = -\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH}$

$= \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AD} = \frac{3}{5}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$ donc (EH) // (AC)

$\overrightarrow{GF} = \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = -\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF}$

$= \frac{2}{5}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} = \frac{2}{5}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ donc (GF)//(AC)

Conclusion (EH), 5AC) et (GF) sont parallèles.

Approche 2

Dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right)$ on peut montrer facilement que A(0 ;0) ; B(1 ;0), D(0 ;1) et C(1 ;1)

Pour commencer, puis on peut montrer que G(0 ;0,6), H(1 ;0 ,6), E(0,4 ;0) et F(0,4 ;1)

On pourra alors facilement calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{GF}$

Et on peut alors utiliser des déterminants pour établir qu'ils sont colinéaires

Approche 3

Résumé : on montre que $\frac{BF}{BA} = \frac{BH}{BC} = \frac{3}{5}$ , avec l'alignement des points et l'ordre on montre avec la réciproque de Thalès que (EH) // (AC) , de même on peut montrer que (AC) // (GF)