Devoir maison 2 (obligatoire)

Pour le 18 octobre

Exercice 1.
Factoriser les expressions suivantes en remarquant un facteur commun.
$A(x) = (4x - 3)(x + 1) + x(4x - 3)$
$B(q) = -6(1 + 2q) + 6(q + 3)$
$C(x) = x + x(2 + 5x)$

Exercice 2.
Factoriser les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables.
$A(x) = 36x^2 - 4$
$B(n) = 4(5n + 3)^2 - 9(n - 1)^2 = [\quad]^2 - [\quad]^2 = \ldots$
$C(x) = (x + 4)^2 - 2(x + 4)^2 + 1$
Pour les expressions $D(x)$ et $E(n)$, on pourra s'inspirer de l'exemple suivant :

$$\begin{aligned} A(x) &= 3(x - 4)^2 + (4 - x)(x + 2) \\ &= 3(x - 4)^2 + [-1(x - 4)](x + 2) \\ &= 3(x - 4)(x - 4) + (-1)(x - 4)(x + 2) \\ &= (x - 4)[3(x - 4) + (-1)(x + 2)] \\ &= (x - 4)[(3x - 12) + (-x - 2)] = (x - 4)[3x - 12 - x - 2] \\ &= (x - 4)[2x - 14] = (x - 4)2[x - 7] \end{aligned}$$

$D(x) = (3x - 2)^2 + (2x + 9)(4 - 6x)$
$E(n) = 25n^2 - 4 + (2 - 5n)(4n - 7)$

Exercice 3.
Pour chaque équation, factoriser le membre de gauche puis résoudre :
(E_1): $(2x - 5)^2 - 3(1 - x)(2x - 5) = 0$
(E_2): $\frac{1}{4}u^2 + u + 1 = 0$
(E_3): $y^2 - 4y + 4 + 3y(y - 2) = 0$

Exercice 4.
Résoudre les équations suivantes (pensez à chercher le domaine d'étude, s'il y en a besoin)
(E_1): $\frac{7}{x-3} = \frac{8}{2x+4}$ (E_2): $\frac{6x-4}{3x+2} = \frac{2x+1}{x}$ (E_3): $\frac{x^2-1}{x+1} = 1$

www.dimension-k.com

Devoir maison 2 (obligatoire)

Pour le 18 octobre

Exercice 1.
Factoriser les expressions suivantes en remarquant un facteur commun.
$A(x) = (4x - 3)(x + 1) + x(4x - 3)$
$B(q) = -6(1 + 2q) + 6(q + 3)$
$C(x) = x + x(2 + 5x)$

Exercice 2.
Factoriser les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables.
$A(x) = 36x^2 - 4$
$B(n) = 4(5n + 3)^2 - 9(n - 1)^2 = [\quad]^2 - [\quad]^2 = \ldots$
$C(x) = (x + 4)^2 - 2(x + 4)^2 + 1$
Pour les expressions $D(x)$ et $E(n)$, on pourra s'inspirer de l'exemple suivant :

$$\begin{aligned} A(x) &= 3(x - 4)^2 + (4 - x)(x + 2) \\ &= 3(x - 4)^2 + [-1(x - 4)](x + 2) \\ &= 3(x - 4)(x - 4) + (-1)(x - 4)(x + 2) \\ &= (x - 4)[3(x - 4) + (-1)(x + 2)] \\ &= (x - 4)[(3x - 12) + (-x - 2)] = (x - 4)[3x - 12 - x - 2] \\ &= (x - 4)[2x - 14] = (x - 4)2[x - 7] \end{aligned}$$

$D(x) = (3x - 2)^2 + (2x + 9)(4 - 6x)$
$E(n) = 25n^2 - 4 + (2 - 5n)(4n - 7)$

Exercice 3.
Pour chaque équation, factoriser le membre de gauche puis résoudre :
(E_1): $(2x - 5)^2 - 3(1 - x)(2x - 5) = 0$
(E_2): $\frac{1}{4}u^2 + u + 1 = 0$
(E_3): $y^2 - 4y + 4 + 3y(y - 2) = 0$

Exercice 4.
Résoudre les équations suivantes (pensez à chercher le domaine d'étude, s'il y en a besoin)
(E_1): $\frac{7}{x-3} = \frac{8}{2x+4}$ (E_2): $\frac{6x-4}{3x+2} = \frac{2x+1}{x}$ (E_3): $\frac{x^2-1}{x+1} = 1$

Correction Devoir maison 2

Exercice 1.

$A(x) = (4x - 3)(x + 1) + x(4x - 3) = (4x-3)(x+1+x) = (4x-3)(2x+1)$

$B(q) = -6(1 + 2q) + 6(q + 3) = 6(-1)(1 + 2q) + 6(q + 3)$
$= 6\big(-(1+2q)+(q+3)\big) = 6(-1-2q+q+3) = 6(-q+2)$

$C(x) = x + x(2 + 5x) = x\big(1+(2+5x)\big) = x(3+5x)$

Exercice 2.

$A(x) = 36x^2 - 4 = (6x)^2 - 2^2 = (6x-2)(6x+2)$

$B(n) = 4(5n + 3)^2 - 9(n - 1)^2 = [2(5n + 3)]^2 - [3(n - 1)]^2$
$= [2(5n + 3) - 3(n - 1)][2(5n + 3) + 3(n - 1)]$
$= [7n+9][13n+3]$

$C(x) = (x + 4)^2 - 2(x + 4)^2 1 + 1^2 = -(x + 4)^2 + 1^2$
$= 1^2 - (x + 4)^2 = [1-(x+4)][1+(x+4)] = [-x-3][x+5]$

$D(x) = (3x - 2)^2 + (2x + 9)(4 - 6x)$
$= (3x - 2)(3x - 2) - 2\,(2x + 9)(3x-2)$
$= (3x - 2)[(3x - 2) - 2\,(2x + 9)] = (3x - 2)[3x - 2 - 4x - 18]$
$= (3x - 2)[-x - 20]$ ou $(2-3x)[x+20]$

$E(n) = 25n^2 - 4 + (2-5n)(4n - 7)$
$= (5n-2)(5n+2) + (2-5n)(4n - 7)$
$= (5n-2)(5n+2) + (-1)(5n-2)(4n - 7)$
$= (5n-2)[(5n-2) + (-1)(4n - 7)] = (5n-2)[n+9]$

Bonus

$C(x) = (x + 4)^2 - 2(x + 4)^2 1 + 1^2 = \big((x+4)-1\big)^2 = (x+3)^2$

Exercice 3.

$(2x - 5)^2 - 3(1 - x)(2x - 5) = 0$
$\Leftrightarrow (2x-5)(2x-5) - (2x-5)3(1-x) = 0$
$\Leftrightarrow (2x-5)[(2x-5) - 3(1-x)] = 0 \Leftrightarrow (2x-5)[5x-8] = 0$
Je reconnais une équation produit nul, ainsi :
$(E_1) \Leftrightarrow 2x-5 = 0$ ou $5x-8=0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$ ou $x = \frac{8}{5}$ $S = \left\{\frac{5}{2}; \frac{8}{5}\right\}$

$\left(\frac{1}{2}u\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}u\right)1 + 1^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}u+1\right)^2 = 0$ je reconnais une équation …
$(E_2) \Leftrightarrow \frac{1}{2}u + 1 = 0$ ou $\frac{1}{2}u + 1 = 0 \Leftrightarrow u = -1 \times 2$ $S = \{-2\}$

$y^2 - 4y + 4 + 3y(y - 2) = 0 \Leftrightarrow (y-2)^2 + 3y(y - 2) = 0$
$\Leftrightarrow (y-2)(y-2) + 3y(y - 2) = 0 \Leftrightarrow (y-2)[(y-2)+3y] = 0$
$\Leftrightarrow (y-2)[4y-2] = 0$ je reconnais une équation produit nul donc
$(E_3) \Leftrightarrow y-2 = 0$ ou $4y-2 = 0$ $\Leftrightarrow y = 2$ ou $y = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow S = \left\{\frac{1}{2}; 2\right\}$

Exercice 4.

$(E_1): \frac{7}{x-3} = \frac{8}{2x+4}$ Recherche des valeurs interdites :

- $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$
- $2x+4 = 0 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{2}$

Ainsi sur $D_{e1} = \mathbb{R} - \{-2; 3\}$ on aura :
$(E_1) \Leftrightarrow \frac{7}{x-3}(x-3)(2x+4) = \frac{8}{2x+4}(x-3)(2x+4) \Leftrightarrow 7(2x+4) = 8(x-3)$
$\Leftrightarrow 14x + 28 = 8x - 24 \Leftrightarrow 14x - 8x = -24 - 28 \Leftrightarrow 6x = -52 \Leftrightarrow x = -\frac{52}{6}$
$-\frac{52}{6} = -\frac{26}{3} \in D_{e1}$ donc c'est une solution acceptable ainsi $S_1 = \left\{-\frac{26}{3}\right\}$

$(E_2): \frac{6x-4}{3x+2} = \frac{2x+1}{x}$ Recherche des valeurs interdites :

- $3x + 2 = 0 \Leftrightarrow 3x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$
- $x = 0$

Ainsi sur $D_{e2} = \mathbb{R} - \{-\frac{2}{3}; 0\}$ on aura :
$(E_2) \Leftrightarrow \frac{6x-4}{3x+2}(3x+2)x = \frac{2x+1}{x}(3x+2)x \Leftrightarrow (6x-4)x = (2x+1)(3x+2)$
$\Leftrightarrow 6x^2 - 4x = 6x^2 + 4x + 3x + 2$ $\Leftrightarrow -4x - 4x - 3x = 2$
$\Leftrightarrow -11x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{-11}$
$\frac{2}{-11} \in D_{e2}$ donc c'est une solution acceptable ainsi $S_1 = \left\{\frac{2}{-11}\right\}$

$(E_3): \frac{x^2-1}{x+1} = 1$ Recherche des valeurs interdites :

- $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Ainsi sur $D_{e3} = \mathbb{R} - \{-1\}$ on aura :
$(E_3) \Leftrightarrow \frac{x^2-1}{x+1}(x+1) = 1(x+1) \Leftrightarrow x^2 - 1 = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ bloqué
On peut remarquer que $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$ et donc
$(E_3) \Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} = 1 \Leftrightarrow x - 1 = 1 \Leftrightarrow x = 2$
$2 \in D_{e3}$ donc c'est une solution acceptable ainsi $S = \{2\}$