

Devoir maison seconde :
Pythagore, sa réciproque et sa contraposée

A rendre pour le 9 septembre

Exercice 1

Soit ABC et DEF deux triangles, rectangles respectivement en A et D. Ils vérifient $AB=5\text{cm}$, $AC=10\text{cm}$, $EF=13\text{cm}$ et $DE=8\text{cm}$

Déterminer en justifiant soigneusement les mesures BC et FD.

Exercice 2

1) Après avoir cherché dans le dictionnaire ou à l'aide de Google les définitions de « réciproque » et de « contraposée » donner la réciproque et la contraposée de :

- a) « S'il pleut alors il y a des nuages »
- b) « S'il mange trop tard alors il dort mal »
- c) Le théorème de Pythagore

2) À quoi sert la réciproque du théorème de Pythagore ?

3) À quoi sert la contraposée du théorème de Pythagore ?

Exercice 3

Dire, en justifiant soigneusement, si les triangles suivants sont rectangles ou non.

- 1) ABC vérifiant $AB=15\text{m}$, $AC=20\text{m}$ et $CB=25\text{m}$
- 2) DEF vérifiant $DE=5\text{km}$, $EF = 6\text{km}$ et $FD = \sqrt{11}\text{ km}$
- 3) GHI vérifiant $GH = 16\text{cm}$, $HI= 13\text{cm}$ et $IG=11\text{cm}$

Devoir maison seconde :
Pythagore, sa réciproque et sa contraposée

A rendre pour le 9 septembre

Exercice 1

Soit ABC et DEF deux triangles, rectangles respectivement en A et D. Ils vérifient $AB=5\text{cm}$, $AC=10\text{cm}$, $EF=13\text{cm}$ et $DE=8\text{cm}$

Déterminer en justifiant soigneusement les mesures BC et FD.

Exercice 2

1) Après avoir cherché dans le dictionnaire ou à l'aide de Google les définitions de « réciproque » et de « contraposée » donner la réciproque et la contraposée de :

- a) « S'il pleut alors il y a des nuages »
- b) « S'il mange trop tard alors il dort mal »
- c) Le théorème de Pythagore

2) À quoi sert la réciproque du théorème de Pythagore ?

3) À quoi sert la contraposée du théorème de Pythagore ?

Exercice 3

Dire, en justifiant soigneusement, si les triangles suivants sont rectangles ou non.

- 1) ABC vérifiant $AB=15\text{m}$, $AC=20\text{m}$ et $CB=25\text{m}$
- 2) DEF vérifiant $DE=5\text{km}$, $EF = 6\text{km}$ et $FD = \sqrt{11}\text{ km}$
- 3) GHI vérifiant $GH = 16\text{cm}$, $HI= 13\text{cm}$ et $IG=11\text{cm}$

Correction

Exercice 1

Soit ABC et DEF deux triangles, rectangles respectivement en A et D. Ils vérifient $AB=5\text{cm}$, $AC=10\text{cm}$, $EF=13\text{cm}$ et $DE=8\text{cm}$

Dans ABC rectangle en A **donc** le théorème de Pythagore nous donne : $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 10^2 = 125$

Et donc $BC = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \approx 11,18\text{cm}$

Dans DEF rectangle en D **donc** le théorème de Pythagore nous donne : $EF^2 = DE^2 + FD^2$ donc $FD^2 = EF^2 - DE^2 = 13^2 - 8^2 = 105$ et donc $FD = \sqrt{105} \approx 10,25\text{cm}$

Exercice 2

- 1) a) « S'il pleut alors il y a des nuages »
a pour réciproque : « si il y a des nuages alors il pleut »
et a pour contraposée : « s'il n'y a pas de nuage alors il ne pleut pas »
b) « S'il mange trop tard alors il dort mal »
a pour réciproque : « s'il dort mal alors il mange trop tard »
et a pour contraposée : « s'il ne dort pas mal alors il ne mange pas trop tard »

Remarque : Attention aux négations

La négation d'une proposition est son complémentaire pas opposée

La négation de « le cheval est blanc » n'est pas « le cheval est noir » ça sera « le cheval n'est pas noir »

la négation de « il mange trop tard » est « il ne mange pas trop tard »

c) Le théorème de Pythagore a pour réciproque : « si le carré de la mesure du plus grand côté est égale à la somme des carré des mesures des deux autres côtés alors le triangle est rectangle » et pour contraposée : « si le carré de la mesure du plus grand côté n'est pas égale à la somme des carré des mesures des deux autres côtés alors le triangle n'est pas rectangle »

2) La réciproque du théorème de Pythagore sert à prouver qu'un triangle est rectangle.

3) La contraposée du théorème de Pythagore sert à prouver qu'un triangle n'est pas rectangle.

Exercice 3

Dire, en justifiant soigneusement, si les triangles suivants sont rectangles ou non.

1) ABC vérifiant $AB=15\text{m}$, $AC=20\text{m}$ et $CB=25\text{m}$

Le plus grand côté est [CB]. $CB^2 = 625$ et $AB^2 + AC^2 = 225 + 400 = 625$

Comme on a : $CA^2 = AB^2 + AC^2$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore on peut affirmer que ABC est rectangle en A.

2) DEF vérifiant $DE=5\text{km}$, $EF = 6\text{km}$ et $FD = \sqrt{11} \text{ km}$

Le plus grand côté est [EF]. $EF^2 = 36$ et $DE^2 + FD^2 = 25 + 11 = 36$

Comme on a : $EF^2 = DE^2 + FD^2$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore on peut affirmer que DEF est rectangle en D.

3) GHI vérifiant $GH = 16\text{cm}$, $HI= 13\text{cm}$ et $IG=11\text{cm}$

Le plus grand côté est [GH]. $GH^2 = 256$ et $HI^2 + IG^2 = 169 + 121 = 290$

Comme on a : $GH^2 \neq HI^2 + HG^2$ d'après la contraposée du théorème de Pythagore on peut affirmer que GHI n'est pas rectangle.

Remarque : Une erreur courante pour la question 3 est d'écrire :

$GH^2 = HI^2 + HG^2$ quand on écrit une égalité c'est une affirmation qui doit être justifiable, là rien ne
 $256 = 169 + 121$ nous permet de dire que l'égalité est vraie... on avance dans le calcul et on trouve
 $256 = 290$ qui est archi faux

Correction

Exercice 1

Soit ABC et DEF deux triangles, rectangles respectivement en A et D. Ils vérifient $AB=5\text{cm}$, $AC=10\text{cm}$, $EF=13\text{cm}$ et $DE=8\text{cm}$

Dans ABC rectangle en A **donc** le théorème de Pythagore nous donne : $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 10^2 = 125$

Et donc $BC = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \approx 11,18\text{cm}$

Dans DEF rectangle en D **donc** le théorème de Pythagore nous donne : $EF^2 = DE^2 + FD^2$ donc $FD^2 = EF^2 - DE^2 = 13^2 - 8^2 = 105$ et donc $FD = \sqrt{105} \approx 10,25\text{cm}$

Exercice 2

- 1) a) « S'il pleut alors il y a des nuages »
a pour réciproque : « si il y a des nuages alors il pleut »
et a pour contraposée : « s'il n'y a pas de nuage alors il ne pleut pas »
b) « S'il mange trop tard alors il dort mal »
a pour réciproque : « s'il dort mal alors il mange trop tard »
et a pour contraposée : « s'il ne dort pas mal alors il ne mange pas trop tard »

Remarque : Attention aux négations

La négation d'une proposition est son complémentaire pas opposée

La négation de « le cheval est blanc » n'est pas « le cheval est noir » ça sera « le cheval n'est pas noir »

la négation de « il mange trop tard » est « il ne mange pas trop tard »

c) Le théorème de Pythagore a pour réciproque : « si le carré de la mesure du plus grand côté est égale à la somme des carré des mesures des deux autres côtés alors le triangle est rectangle » et pour contraposée : « si le carré de la mesure du plus grand côté n'est pas égale à la somme des carré des mesures des deux autres côtés alors le triangle n'est pas rectangle »

2) La réciproque du théorème de Pythagore sert à prouver qu'un triangle est rectangle.

3) La contraposée du théorème de Pythagore sert à prouver qu'un triangle n'est pas rectangle.

Exercice 3

Dire, en justifiant soigneusement, si les triangles suivants sont rectangles ou non.

4) ABC vérifiant $AB=15\text{m}$, $AC=20\text{m}$ et $CB=25\text{m}$

Le plus grand côté est [CB]. $CB^2 = 625$ et $AB^2 + AC^2 = 225 + 400 = 625$

Comme on a : $CA^2 = AB^2 + AC^2$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore on peut affirmer que ABC est rectangle en A.

5) DEF vérifiant $DE=5\text{km}$, $EF = 6\text{km}$ et $FD = \sqrt{11} \text{ km}$

Le plus grand côté est [EF]. $EF^2 = 36$ et $DE^2 + FD^2 = 25 + 11 = 36$

Comme on a : $EF^2 = DE^2 + FD^2$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore on peut affirmer que DEF est rectangle en D.

6) GHI vérifiant $GH = 16\text{cm}$, $HI= 13\text{cm}$ et $IG=11\text{cm}$

Le plus grand côté est [GH]. $GH^2 = 256$ et $HI^2 + IG^2 = 169 + 121 = 290$

Comme on a : $GH^2 \neq HI^2 + HG^2$ d'après la contraposée du théorème de Pythagore on peut affirmer que GHI n'est pas rectangle.

Remarque : Une erreur courante pour la question 3 est d'écrire :

$GH^2 = HI^2 + HG^2$ quand on écrit une égalité c'est une affirmation qui doit être justifiable, là rien ne
 $256 = 169 + 121$ nous permet de dire que l'égalité est vraie... on avance dans le calcul et on trouve
 $256 = 290$ qui est archi faux