

## Devoir surveillé :

*Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous voulez.*

### Exercice 1

1) Après avoir cité la formule simplifier A, B et C

$$A = \frac{5^7}{5^{10}} \quad \dots\dots\dots$$

$$B = 7^9 \times 7^{13} \quad \dots\dots\dots$$

$$C = (11^4)^6 \quad \dots\dots\dots$$

2) Effectuer D et E (indiquez toutes les étapes nécessaires, pas besoin de citer de formule)

$$D = (5^4 5^{-2})^3 \quad \dots\dots\dots$$

$$E = 7^4 \left(\frac{7^{-2}}{7^{13}}\right)^3 \quad \dots\dots\dots$$

### Exercice 2

Simplifier les racines suivantes :

$$A = \sqrt{49} \quad \dots\dots\dots$$

$$B = \sqrt{396} \quad \dots\dots\dots$$

$$C = \sqrt{50}\sqrt{338} \quad \dots\dots\dots$$

$$D = \frac{\sqrt{126}}{\sqrt{450}} \quad \dots\dots\dots$$

$$E = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{68}} \quad \dots\dots\dots$$

$$F = \frac{5}{3-\sqrt{2}} \quad \dots\dots\dots$$

### Exercice 3

Soit  $a$  et  $b$  deux réels tels que  $0 < a < b$ .

On pose  $A = 3a^2 + 5ab - 3b^2$  et  $B = 2a^2 + 5ab - 2b^2$

1) Prouver que  $A - B = (a - b)(a + b)$

.....  
 .....

2) Donner le signe de  $a - b$

3) En déduire le signe de  $A - B$  puis la comparaison entre A et B

### Exercice 4

Développer et simplifier les expressions suivantes :

$$A = (5x + 4) - (7x - 3) + (8 - 9x)$$

$$B = 7(5 - 3x)$$

$$C = (2x - 4)(3 - 9x)$$

$$C = 7 + (2x - 7)^2$$

$$D = 7x - (3x + 2)^2$$

### Exercice 5

1) Factoriser les expressions suivantes

$$A = 5x - 15$$

$$B = 13 - 13x$$

$$C = 25x^2 - 20x + 4$$

$$D = 100 - 49x^2$$

2) Est-ce que  $9x^2 + 33x + 121$  est factorisable ? et sinon quel élément faudrait-il changer pour qu'elle le soit ? Par quelle expression faudrait-il la remplacer ?

### Exercice 6

Complétez les égalités suivantes :

$$(5x + \dots)^2 = \dots + \dots + 196$$

$$(\dots + 9)^2 = \dots + 180y + \dots$$

$$(12 - \dots)(12 + \dots) = \dots - 225z^2$$

## Correction

### Exercice 1

$$A = \frac{5^7}{5^{10}} = 5^{7-10} = 5^{-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$B = 7^9 \times 7^{13} = 7^{9+13} = 7^{22}$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$C = (11^4)^6 = 11^{4 \times 6} = 11^{24}$$

$$(a^m)^n$$

$$D = (5^4 5^{-2})^3 = (5^2)^3 = 5^6$$

$$E = 7^4 \left( \frac{7^{-2}}{7^{13}} \right)^3 = 7^4 (7^{-2-13})^3 = 7^4 7^{-15 \times 3} = 7^4 7^{-45} = 7^{4+(-45)} = 7^{-41}$$

### Exercice 2

Simplifier les racines suivantes :

$$A = \sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$$

$$B = \sqrt{396} = \sqrt{396}$$

$$C = \sqrt{50} \sqrt{338} = \sqrt{50 \times 338} = \sqrt{2 \times 5^2 \times 2 \times 13^2} = 2 \times 5 \times 13 = 130$$

$$D = \frac{\sqrt{126}}{\sqrt{450}} = \sqrt{\frac{126}{450}} = \sqrt{\frac{2 \times 3^2 \times 7}{3^2 \times 5^2 \times 2}} = \sqrt{\frac{7}{5^2}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5^2}} = \frac{\sqrt{7}}{5}$$

$$E = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{68}} = \sqrt{\frac{98}{68}} = \sqrt{\frac{2 \times 7^2}{2^2 \times 17}} = \frac{\sqrt{2 \times 7^2}}{\sqrt{2^2 \times 17}} = \frac{7\sqrt{2}}{2\sqrt{17}} = \frac{7\sqrt{2}\sqrt{17}}{2\sqrt{17}\sqrt{17}} = \frac{7\sqrt{2 \times 17}}{2 \times 17} = \frac{7\sqrt{34}}{34}$$

$$F = \frac{5}{3-\sqrt{2}} = \frac{5(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})} = \frac{15+5\sqrt{2}}{3^2-\sqrt{2}^2} = \frac{15+5\sqrt{2}}{9-2} = \frac{15+5\sqrt{2}}{7}$$

### Exercice 3

Soit  $a$  et  $b$  deux réels tels que  $0 < a < b$ .

On pose  $A = 3a^2 + 5ab - 3b^2$  et  $B = 2a^2 + 5ab - 2b^2$

1) Prouver que  $A - B = (a - b)(a + b)$

$$\begin{aligned} A - B &= (3a^2 + 5ab - 3b^2) - (2a^2 + 5ab - 2b^2) \\ &= 3a^2 + 5ab - 3b^2 - 2a^2 - 5ab + 2b^2 = a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \end{aligned}$$

2) Donner le signe de  $a - b$

$$a < b \Leftrightarrow a - b < b - b \Leftrightarrow a - b < 0 \text{ donc } a - b \text{ est négatif}$$

3) En déduire le signe de  $A - B$  puis la comparaison entre  $A$  et  $B$

$a$  et  $b$  étant positifs,  $a + b$  le sera aussi.

Ainsi  $(a - b)(a + b)$  est négatif en tant que produit d'un négatif par un positif

$$\text{Ainsi } A - B < 0 \Leftrightarrow A < B$$

#### Exercice 4

$$A = (5x + 4) - (7x - 3) + (8 - 9x) = 5x + 4 - 7x + 3 + 8 - 9x = -11x + 15$$

$$B = 7(5 - 3x) = 35 - 21x$$

$$C = (2x - 4)(3 - 9x) = 6x - 18x^2 - 12 + 36x = -18x^2 + 42x - 12$$

$$C = 7 + (2x - 7)^2 = 7 + (4x^2 - 28x + 49) = 7 + 4x^2 - 28x + 49 \\ = 4x^2 - 28x + 56$$

$$D = 7x - (3x + 2)^2 = 7x - (9x^2 + 12x + 4) = 7x - 9x^2 - 12x - 4 \\ = -9x^2 - 5x - 4$$

#### Exercice 5

$$A = 5x - 15 = 5x - 5 \times 3 = 5(x - 3)$$

$$B = 13 - 13x = 13 \times 1 - 13x = 13(1 - x)$$

$$C = 25x^2 - 20x + 4 = (5x)^2 - 2(5x)2 + 2^2 = (5x - 2)^2$$

$$D = 100 - 49x^2 = 10^2 - (7x)^2 = (10 - 7x)^2$$

En l'état  $9x^2 + 33x + 121$  n'est pas factorisable car l'élément du milieu n'est pas égal au  $66x$  qu'on devrait avoir si on utilisait  $(a + b)^2$  avec  $a = 3x$  et  $b = 11$

#### Exercice 6

Complétez les égalités suivantes :

$$(5x + 13)^2 = (5x)^2 + 2(5x)13 + 196 = 25x^2 + 130x + 196$$

$$(10y + 9)^2 = 100y^2 + 180y + 81$$

$$(12 - 15z)(12 + 15z) = 144 - 225z^2$$