

Statistiques

Situation épineuse : on utilisera une définition des quartiles différente de celle du livre. De plus quelle que soit la définition choisie, elle donne des résultats un brin foireux si on n'utilise pas un très grand nombre de données (variées), or c'est précisément ce que l'on fait en classe par commodité.

Exercice 1P235

L'effectif est de 20, sa moyenne est de 8,05, le premier quartile Q_1 vaut 7, la médiane Med vaut 9, le troisième quartile Q_3 vaut 9, les valeurs minimale et maximale sont respectivement 2 et 11

Exercice 3P235

Valeur	7	15	12	13	11
effectif	2	7	3	1	9

Je tape sur ma calculatrice les trois lignes suivantes :

{7,15,12,13,11}-> L_1

{2,7,3,1,9}-> L_2

Stat 1-Var L_1, L_2

Et elle me donne toutes les informations importantes :

$\bar{x} = 12,13636364$ la moyenne
 Med = 11,5 la médiane
 $Q_1=11$ $Q_3=15$ le premier et le troisième quartile.
 minX = 7 maxX=15 la plus petite valeur et la plus grande.

Exercice 4P235

Ici on aura :

$\bar{x} = 12,615$ Med = 12,4 $Q_1=8,2$ $Q_3=15,2$ minX = 8,2 maxX=18,1

Exercice 5P235

Ici on aura :

$\bar{x} = 278,9$ Med = 251 $Q_1=251$ $Q_3=315$ minX = 121 maxX=513

Exercice 6P235

La calculatrice me donne alors une moyenne d'environ 1,2 une médiane de -1,5 et les quartiles Q_1 et Q_3 qui valent respectivement -2,5 et 7. Les valeurs minimales et maximales sont respectivement -3 et 9.

Exercice 8P235

a) dans la case nous avons la formule suivante : « $=(B^2*B3+C2*C3+D2*D3+E2*E3+F2*F3)/(B2+C2+D2+E2+F2)$ »

b)

	ouvrier	ouvrier q	cadre m	cadre s	dirigeant
effectif	650	350	150	20	5
salaire	1200	1350	2100	4500	9500

Salaire
moy 1451,064

c) ça a l'air paradoxal, mais il faut avoir en tête, que les rémunérations des ouvrier tirent la moyenne vers le bas, alors que celles des cadres supérieurs et des dirigeants la tirent vers le haut.

Donc pour augmenter le salaire moyen il suffit de diminuer les effectifs des petits salaires et augmenter ceux des gros salaires. Par exemple une baisse de 100€ n'empêche pas d'augmenter le salaire moyen si on met 200 ouvriers au chômage et que l'on rajoute 10 cadres supérieurs

Exercice 10P235

Valeur	5	9	13	17	19	25	27
effectif	3	5	7	2	8	3	7

A la main : $moyenne = \frac{3 \times 5 + 5 \times 9 + 7 \times 13 + 2 \times 17 + 8 \times 19 + 3 \times 25 + 7 \times 27}{3+5+7+2+8+3+7} = \frac{601}{35} \approx 17,17$

Recherche de la médiane : $\frac{35+1}{2} = 18$ je regarde donc la 18^{ème} valeur c'est 19

Recherche de Q_1 : $\frac{35+1}{4} = 9$ je regarde donc la 9^{ème} valeur c'est 13

Recherche de Q_3 : $\frac{3(35+1)}{4} = 27$ je regarde donc la 27^{ème} valeur c'est 27

Remarque :

pour trouver les 9^{ème}, 18^{ème} et 27^{ème} valeur j'ai procédé ainsi : les trois premières personnes ont la valeur 5, (leurs numéros sont 1, 2 et 3), les 5 suivantes ont la valeur 9 (leurs numéros sont 4,5,6,7 et 8), les 7 suivantes ont la valeur 13 (leurs numéros sont 9,10,11,12,13,14 et 15) etc ... et là j'ai pu voir que la neuvième personne avait pour valeur 13 et donc que ma médiane est 13. Cette méthode est lourde, et dès que l'on a à faire à un grand tableau et à des effectifs importants elle n'est plus vraiment praticable. On utilisera alors les effectifs cumulés croissants. (voir exercice 12P235)

Avec la calculatrice on trouve la même chose :

$$\bar{x} = 17,17 \dots \quad \text{Med} = 19 \quad Q1=13 \quad Q3=25$$

Remarque :

On remarquera aussi que la calculatrice nous donne : $\sum x = 30390$ et $n=475$, qui correspondent respectivement au numérateur et au dénominateur de la fraction nous donnant la moyenne de la série statistique.

Exercice 12P235

Valeur	115	100	75	35	22	10
effectif	100	80	75	65	120	35
effectif cumulés croissants	100	180	255	320	440	475

A la main : $\text{moyenne} = \frac{100 \times 115 + 80 \times 100 + 75 \times 75 + 65 \times 35 + 120 \times 22 + 35 \times 10}{100 + 80 + 75 + 65 + 120 + 35} = \frac{30390}{475} \approx 63,99$

Recherche de la médiane : $\frac{475+1}{2} = 238$ je regarde donc la 238^{ème} valeur c'est 75

Recherche de Q1 : $\frac{475+1}{4} = 119$ je regarde donc la 119^{ème} valeur c'est 22

Recherche de Q3 : $\frac{3(475+1)}{4} = 357$ je regarde donc la 357^{ème} valeur c'est 100

Avec la calculatrice on trouve la même chose :

$$\bar{x} = 63,97 \dots \quad \text{Med} = 75 \quad Q1=22 \quad Q3=100$$

Exercice 13P235

L'effectif total est de 200, or $(200+1)/2 = 100,5$ il me faudra donc trouver les valeurs correspondant à la 100^{ème} et la 101^{ème} personne. Ici on ne me donne pas d'effectif mais des fréquences. Je pourrait passer de ces fréquences aux effectifs correspondants en multipliant par 200, ou je divise 100 et 100,5 par 200 : respectivement 0,5 et 0,5025 et je cherche ces valeurs dans les fréquences cumulées.

Idem pour le premier quartile et le troisième respectivement entre 0,25 et 0,25125 et entre 0,75 et 0,75125

- a) $q1 = 18$, méd = $(32+34)/2=33$, $q3=34$
 b) $q1=142$, méd = 156 $q3=180$
 c) $q1=6$ méd = 6 $q3=12$

Exercice 14P235

$$\text{Moy} = \frac{5 \times 14 + 20 \times 15 + 45 \times 16 + 25 \times 17 + 5 \times 18}{100} = 16,06$$

Exercice 15P236

Les milieux de classe sont : 46,5 49,5 52,5 55,5

$$\text{Moy} = 0,20 \times 46,5 + 0,70 \times 49,5 + 0,06 \times 52,5 + 0,04 \times 55,5 = 49,32$$

La taille moyenne des nouveaux nés est d'environ 49,32 cm dans cette maternité.

Exercice 16P236

1) La moyenne est de 10,14

2) a) 9,17 sort du lot car toutes les autres sont comprises entre 10,28 et 10,32, si on supprime cette valeur lors du calcul de moyenne on trouve alors que cette dernière est d'environ 10,30.

b) il y a eu peut être une erreur lors de la transcription de la mesure, elle serait peut être 10,17 mais ça reste quand même largement en dehors des autres mesures.

Exercice 17P236

- a) L'étendue est de 6 b) elle ne change pas $(15-9=6)$ c) elle est de 9 $(18-9=9)$

Exercice 19P237

- a) Non, 100 correspond au nombre total de SMS reçu par la population. l'effectif total est le nombre de personnes interrogées : 35
 b) Non, 6 élèves ont reçu exactement 15 SMS, pour connaître le nombre d'élèves qui ont reçu au moins 15 SMS je dois ajouter à ces 6, les 4 qui en ont reçu 18 et la personne qui en a reçu 50. Ce qui fait 11 personnes.
 c) 10 des 35 élèves n'ont pas reçu de SMS. Ce qui fait une fréquence proche de 0,29 donc on est loin du compte.
 d) Non, la moyenne est $\frac{0 \times 10 + 5 \times 6 + 12 \times 8 + 15 \times 6 + 18 \times 4 + 50 \times 1}{35} = \frac{338}{35} \approx 9,66$

e) Oui car $(35+1)/2 = 18$ et la 18^{ème} personne a reçu 12 SMS

Exercice 21P237

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	moyenne
F	82,9	82,8	82,9	83	82,9	83,9	83,9	84,2	84,4	84,4	84,5	83,61818
H	75	75,3	76	75,8	76	76,7	76,8	77,2	77,4	77,6	77,8	76,50909

Il y a 11 éléments dans chaque série, mais attention ils sont rangés dans l'ordre chronologique et non dans l'ordre croissant ou décroissant.

Femmes : 82,8 82,9 82,9 82,9 83 83,9 83,9 84,2 84,4 84,4 84,4 84,5 étendue : 1,7
 Hommes : 75 75,3 75,8 76 76 76,7 76,8 77,2 77,4 77,6 77,8 étendue : 2,8

On peut remarquer que la moyenne de l'âge des femmes est un peu plus petit que l'âge médian, alors que pour les hommes c'est le contraire, cependant ces différences sont de faible amplitude

Exercice 24P237

-3 -2 -1 0 1 2 3

Je peux aussi prendre 4 nombres au hasard et prendre pour le dernier l'opposé de la somme des quatre premiers.

-9 4 13 6 -3 5 et -16

Exercice 25P237

Si la moyenne est de 2 ça veut dire qu'en ajoutant toutes les valeurs on doit avoir 20

On peut faire 0 0 0 0 ... 0 10 10

Exercice 26P237

En prenant 11 nombres au hasard voyons ce qui se passe.

médiane											moyenne	Etendue
1	3	4	7	8	8	9	14	17	19	19	9,909091	18

Exercice 27P237

a) La moyenne vaut $\frac{28 \times 1 + 22 \times a + 14 \times 5 + 20 \times 2a + 16 \times 9}{28 + 22 + 14 + 20 + 16}$, donc moy = 4,59

$$\Leftrightarrow \frac{28 \times 1 + 22 \times a + 14 \times 5 + 20 \times 2a + 16 \times 9}{28 + 22 + 14 + 20 + 16} = 4,59 \quad \Leftrightarrow \frac{28 + 22a + 70 + 40a + 144}{100} = 4,59$$

$$\Leftrightarrow 242 + 62a = 459 \quad \Leftrightarrow 62a = 217$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{217}{62} \quad \Leftrightarrow a = 3,5$$

b) je cherche la 50^{ème} et la 51^{ème} personne elles ont toute les deux la valeur 3,5, donc la médiane est 3,5

Exercice 29P237

valeurs	5	6	7	9	13
effectifs	3	5	1	2	4
effectifs cumulés croissants	3	8	9	11	15
effectifs cumulés décroissants	15	10	9	7	3

Exercice 30P238

valeurs	5	6	7	9	13
effectifs	3	4	1	4	3
effectifs cumulés croissants	3	7	8	12	15
effectifs cumulés décroissant	15	12	8	7	3

Exercice 31P238

valeurs	5	6	9	10	13
effectifs	10	5	6	4	5
effectifs cumulés croissants	10	15	21	25	30
effectifs cumulés décroissants	30	20	15	9	5

Exercice 33P238

a) Le trait correspondant à x_1 mesure 3 carreaux et il correspond à un effectif de 15 donc un carreau correspond à 5 personnes.

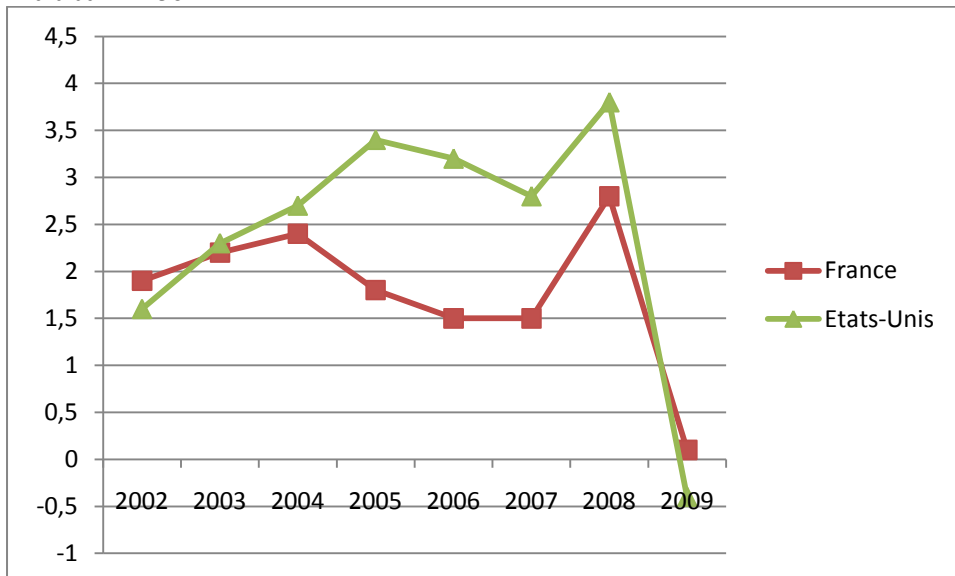
On a donc le tableau suivant :

valeurs	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
effectifs	15	20	25	15	20

b) la somme des hauteurs de tous les bâtons est de 19, et dans la question l'effectif total est de 266, donc chaque carreau correspond à 14 personnes

valeurs	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
effectifs	42	56	70	42	56

Exercice 42P238



Exercice 48 et 49 P 241 en DM

Exercice 1P261

Sur la première ligne j'ai 6 nombres à 5 chiffres chacun, donc j'ai en tout 30 chiffres. Chacun d'entre eux est le fruit du hasard et est compris entre 0 et 9.

Pour faire notre simulation on pourrait très bien considéré que si le chiffre est impair alors on considère que l'on a fait face et pile dans le cas contraire. On a donc dans ce cas : la séquence suivante : PPPFP PPPFP PPPP PPPPP PPPFP ça ne fait pas équilibré du tout , c'est à se demander si les nombres ont vraiment été pris au hasard.

Exercice 2P261

On considère que chaque chiffre pair correspond à pile et chaque chiffre impair à face.

Exercice 6P261

On a 60 chiffres pris au hasard, tous compris entre 0 et 9. Si on considère que chaque paire de chiffre correspond à une boule , on peut construire notre simulation ainsi :

si le chiffre est 0 ou 1 on considère que l'on a tiré la première boule rouge
 si le chiffre est 2 ou 3 on considère que l'on a tiré la seconde boule rouge
 si le chiffre est 4 ou 5 on considère que l'on a tiré la première boule bleue
 si le chiffre est 6 ou 7 on considère que l'on a tiré la seconde boule bleue
 si le chiffre est 8 ou 9 on considère que l'on a tiré la troisième boule bleue

pour faire plus court : de 0 à 3 boule rouge de 4 à 9 boule Bleue.

On obtient donc :	RBRBBRRBBR	5R
	BBBRBRRBRR	5R
	BBBRBRRBBR	4R
	RRRBRRBBB	5R
	BBBRBRRRR	5R
	RBRRRBBBB	4R

J'ai donc tiré 28 rouges sur 60 boules

Exercice 8P261

$\text{Int}(\text{rand} \times 6)$ ne va pas convenir, car rand donne un nombre aléatoire dans $[0 ; 1[$ donc $\text{rand} \times 6$ donne un nombre aléatoire dans $[0 ; 6[$ et donc Int donnant une troncature je vais avoir 6 issues possibles : de 0 à 5.

Pour faire une simulation d'un lancer de dès j'utiliserai donc : $\text{Int}(\text{rand} \times 6) + 1$

Exercice 11P261

b) la moyenne des termes de la liste vaut la somme des valeurs obtenues divisée par le nombre de valeurs : 100.

Quand on face la valeur est 0 pour pile c'est 1 , donc quand on ajoute les valeurs obtenues on ne fait que compter le nombre de piles obtenues. La moyenne correspond donc à la fréquence de piles obtenues.

J'ai obtenu 0,46 puis 0,48 puis 0,47 puis 0,57 puis 0,54

Remarque : Vu comme c'est présenté dans le livre on doit faire deux étapes : « création d'une liste » puis « moyenne de la liste ».

En séparant les instructions par « : » on peut tout faire en une seule fois. $\text{seq}(\text{randInt}(0,1), X, 1, 100) \Rightarrow L_1 : \text{mean}(L_1)$

Exercice 13P261

1) On peut faire $\text{rand} < 0,6$ qui nous donnera 1 si rand est dans $[0 ; 0,6[$ et 0 si rand est dans $[0,6 ; 1[$

2) a) même commande : $\text{rand} < 0,6$

b) $\text{rand} < 0,31$ qui nous donnera 1 si rand est dans $[0 ; 0,31[$ et 0 si rand est dans $[0,31 ; 1[$

c) $\text{rand} < 0,35$ qui nous donnera 1 si rand est dans $[0 ; 0,31[$ et 0 si rand est dans $[0,31 ; 1[$

remarque on pourrait remplacer les commandes des question 2) a et b respectivement par $\text{randInt}(0,100) \leq 31$ et $\text{randInt}(0,100) > 35$

Exercice 18P263

Elles sont toutes indépendantes sauf la d) car pour cette dernière il n'y a pas de remise, après avoir tiré la première carte, le jeu est changé donc le tirage de la deuxième carte est une expérience aléatoire différente et influencée par la première et ainsi de suite.

Exercice 20P263

1252 est plus grand que 50, mais pas assez grand pour que l'on puisse prendre une sélection de 50 des 1252 élèves comme échantillon. Il faudra prendre les élèves un par un au hasard dans la liste, et ne pas les rayer de la liste quand ils sont sélectionnés donc certains élèves pourraient être sélectionnés plusieurs fois.

Exercice 21P263

$$\text{a) } \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,65 - \frac{1}{\sqrt{100}}; 0,65 + \frac{1}{\sqrt{100}} \right] = [0,55; 0,75]$$

$$\text{b) } \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,65 - \frac{1}{\sqrt{1000}}; 0,65 + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right] \supset [0,619; 0,681]$$

Exercice 22P263

$$\text{a) } \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,42 - \frac{1}{\sqrt{100}}; 0,42 + \frac{1}{\sqrt{100}} \right] = [0,32; 0,52]$$

0,49 est dans l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% donc on peut considérer que cet échantillon est représentatif de la population.

$$\text{b) } \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,42 - \frac{1}{\sqrt{1000}}; 0,42 + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right] \supset [0,389; 0,451]$$

0,49 n'est pas dans l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% donc on peut considérer que cet échantillon n'est pas représentatif de la population.

Exercice 24P263

$$\text{Cherchons l'intervalle de fluctuation au seuil de 95\%. } \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,51 - \frac{1}{\sqrt{1253}}; 0,51 + \frac{1}{\sqrt{1253}} \right] \supset [0,482; 0,538]$$

0,49 est dans cet intervalle.

Exercice 26P264

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,25 - \frac{1}{\sqrt{500}}; 0,25 + \frac{1}{\sqrt{500}} \right] \supset [0,206; 0,294]$$

$$\frac{172}{500} = 0,344 \text{ or } 0,344 > 0,294$$

Donc il y a eu un impact positif sur la proportion de skieurs venant d'en dehors du département.

Exercice 27P264

On veut raccourcir la durée de convalescence et on considère que ça revient à augmenter le pourcentage des gens qui vont être rétablis en moins de 5 jours.

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,6 - \frac{1}{\sqrt{1000}}; 0,6 + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right] \supset [0,569; 0,631]$$

Or 63% est dans cet intervalle de fluctuation au seuil de 95% donc l'échantillon est représentatif de la population telle qu'elle l'était sans traitement, donc on peut juger que celui-ci n'est pas visiblement très efficace.

Exercice 33P264

Dans la solution proposée on a autant de chance d'avoir une personne aux yeux noirs qu'une personne aux yeux bleus. Ça ne correspond pas à notre situation. Il vaut mieux prendre les deux premiers chiffres de la partie gauche de la première colonne à chaque fois que le nombre est de 00 à 34 on considérera que la personne a les yeux bleus et de 35 à 99 elle aura les yeux noirs. Donc avec le premier tableau P261

On aura 4 personnes aux yeux bleus sur les dix.

Exercice 34P264

Dans la solution proposée on a considéré que p valait 67 alors que p est une proportion 67% correspond à 0,67.

L'intervalle sera donc $[0,57 ; 0,77]$